

结构动态可靠性的全随机过程模型

左勇志¹, 刘西拉²

(1. 清华大学 土木工程系, 北京 100084; 2. 上海交通大学 建工与力学学院, 上海 200030)

摘 要: 对现行结构可靠性分析采用的只考虑荷载随时间变化的“半随机过程模型”进行改进, 提出了考虑结构动态可靠性的“全随机过程模型”方法。基于结构抗力与荷载效应相互独立的基本假设, 充分依据结构抗力的变化规律, 及结构荷载效应的统计规律推导出该方法。该方法简单易行, 方便工程应用。经计算验证, 该方法结果比现行可靠度计算方法更精确, 并且与之相协调。该方法可以为基于可靠性的结构评估和寿命预测及剩余寿命预测提供依据。

关键词: 建筑结构; 动态可靠性; 随机过程; 抗力衰减

中图分类号: TU 311.2

文献标识码: A

文章编号: 1000-0054(2004)03-0395-03

Fully stochastic analysis method for structural dynamic reliability

ZUO Yongzhi¹, LIU Xila²

(1. Department of Civil Engineering,

Tsinghua University, Beijing 100084, China;

2. School of Civil Engineering and Mechanics,

Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200030, China)

Abstract: A fully stochastic process model was developed for the analysis of structural reliability to extend the so-called semi-stochastic process model specified in the design code. The fully stochastic method includes variable loadings and can analyze dynamic reliability. The method assumes that the structural resistances and the loads are independent and is based on the characteristics of the resistance variation with time and the statistic regulation of the loads. This method is simple and convenient and the results are more precise than those of the present method but can be coordinated with those results. This method can supply a basis for structural assessment and service life prediction.

Key words: building structure; dynamic reliability; stochastic process; resistance deterioration

结构耐久性问题是目前国际土木工程界所关注的重大问题, 而这一问题在我国尤为突出^[1]。当前结构可靠度的概念和定义^[2]都是以设计使用年限为依据, 没有考虑结构在服役过程中可靠度的变化情况。现有结构的可靠性是一个动态可靠性问题。同时由

于结构失效概率是结构服役年失效概率的并集, 结构可靠性的控制也就应该考虑时间因素。因此, 研究结构的动态可靠性分析方法是现有结构可靠性评估的重要问题, 也是基于可靠性的承载力寿命预测及剩余寿命预测迫切需要解决的问题。

结构动态可靠性分析是一个非常复杂的问题。文[3,4]进行了一定的研究, 但给出的计算结构的失效概率公式是一个高维积分, 计算复杂, 不适合工程应用。因此, 本文给出一种简便实用的方法, 以方便工程应用。

1 现有结构可靠性数学模型

传统的结构可靠性计算方法基于 3 方面的假设^[1]: 1) 抗力与荷载效应相互独立假设; 2) 抗力与荷载效应的随机变量假设; 3) 串并联系统假设。我国《建筑结构可靠度设计统一标准》^[2]所采用的可靠性模型为“半随机过程模型”。它在结构抗力和荷载效应的处理上采用假设 1) 和 2)。

现有结构可靠性的数学模型为

$$Z(t) = R - S(t), \quad (1)$$

式中: R 、 S 为结构的抗力与作用效应, t 为结构使用时间, $S(t)$ 为作用效应随机过程, $Z(t)$ 为极限状态随机过程。式(1)称为可靠性的“半随机过程模型”, 它考虑了结构的作用具有时间变异性, 将作用效应处理为随机过程, 而将结构的抗力仍视为随机变量。由于在计算结构可靠度时采用的是考虑基本变量概率分布类型的一次二阶矩结构可靠度分析方法, 各种基本变量是按随机变量考虑, 所以, 须将荷载(可变荷载)随机过程转变成随机变量求解, 即假

收稿日期: 2003-06-04

基金项目: 国家“九七三”重点基础研究发展规划项目
(2002CB412709)

作者简介: 左勇志(1974-), 男(汉), 山东, 博士研究生。

通讯联系人: 刘西拉, 教授, E-mail: xilaliu@tsinghua.edu.cn

设2)。因此,这一模型基本上属于可靠性的“静态模型”,这也是我国《建筑结构可靠度设计统一标准》中所采用的可靠性模型。

可靠性分析的静态模型适用于结构的抗力在使用过程中不随时间变化或变化不大的情况,即将抗力视为随机变量。然而,对现有结构来说,由于环境等因素的影响,结构的耐久性能下降、抗力衰减不能忽视,结构的抗力将是使用时间的函数,因此,必须用随机过程模拟结构的抗力,于是结构的功能函数表示为

$$Z(t) = R(t) - S(t). \quad (2)$$

相对式(1)而言,式(2)称为可靠性的“全随机过程模型”,它是结构可靠性的动态模型。如图1所示。

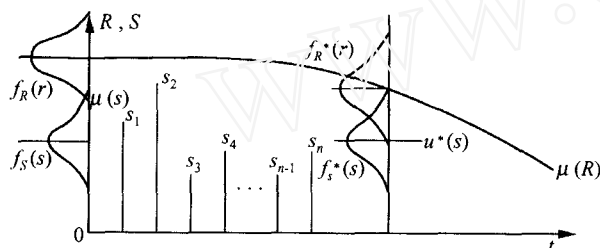


图1 结构抗力、荷载随时间的变化示意图

2 荷载作用效应的随机过程模型

结构上荷载的作用是由可变荷载作用和永久荷载作用组成。可变荷载作用随时间的变化而变化,为随机过程,而永久荷载作用不随时间变化,为随机变量:

$$S(t) = C_Q Q(t) + C_G G, \quad (3)$$

其中: $Q(t)$ 为可变荷载作用,随机过程; G 为永久荷载作用,随机变量。

由于《建筑结构可靠度设计统一标准》在计算结构可靠度时采用的是考虑基本变量概率分布类型的一次二阶矩结构可靠度分析方法,各种基本变量是按随机变量考虑,所以,须将可变荷载作用随机过程 $Q(t)$ 转换为设计基准期(或今后的要求服役基准期) T 内最大荷载随机变量: $Q_T = \max_{0 \leq t \leq T} Q(t)$ 才便于进行分析计算^[2]。

实际上,运算中对荷载模型做如下假定:

- 1) 将设计基准期 T 年分为 N 个相等的时段,每个时段为 τ , 即 $\tau = T/N$;
- 2) 计时段 τ 内荷载最大值 Q_i (随机变量) 的概率分布函数为 $F_\tau(x)$ (时段 τ 大小不同,荷载最大值 Q_i 也不同);
- 3) 各时段 Q_i 相互独立且具有相同的分布函数

$F_\tau(x)$ 。

于是,按最大项的极值分布原理,给出连续 N 个时段(相当于设计基准期 T 年)荷载 Q_T 最大值(随机变量)的分布函数为

$$\begin{aligned} F_T(x) &= P(Q_T \leq x) = P(\max_{1 \leq i \leq N} Q_i \leq x) = \\ &= P(Q_1 \leq x) P(Q_2 \leq x) \cdots P(Q_N \leq x) = \\ &= \prod_{i=1}^N P(Q_i \leq x) = [F_\tau(x)]^N. \end{aligned} \quad (4)$$

由于永久荷载的变异性较小,而且一旦建筑物建成之后,结构上的永久荷载可以通过实测量取,因此可将永久荷载取为定值。

3 结构抗力的随机过程模型

对于混凝土结构,随着时间的增长,各种因素将对混凝土结构中混凝土和钢筋的强度造成损伤,使结构可靠性不断下降。严格讲,各因素对混凝土结构的损伤程度是随机过程,相应的强度下降也是随机过程。因此,结构耐久性评估的首要问题就是要求出这些随机过程的分析方法。国内外已对这些因素引起的损伤过程进行了大量的研究,得出了各种各样的分析方法(或计算公式)。

钢筋混凝土结构由混凝土和钢筋组成。结构在使用过程中一直受到建筑装饰(如抹灰、粉刷等)的保护,截面尺寸一般不发生变化。因此,假设结构抗力的降低主要是由于混凝土强度和钢筋强度的降低而引起的。

文[4]将结构的抗力随机过程表示为

$$R(t) = R_0 \varphi(t), \quad (5)$$

其中: R_0 为 $t=0$ 时刻结构构件抗力, $\varphi(t)$ 为一确定性的函数。

若结构抗力 $R(t)$ 的分布概型不随时间变化,则平均值和变异系数分别表示为:

$$\begin{aligned} \mu_{R(t)} &= \mu_{R_0} \varphi(t), \\ \delta_{R(t)} &= \delta_{R_0}. \end{aligned} \quad (6)$$

对于任意两个不同时刻 t_1 、 t_2 的抗力值 $R(t_1)$ 和 $R(t_2)$, 它们为随机变量,两个随机变量的自相关系数为

$$r[R(t_1), R(t_2)] = \frac{\text{cov}[R(t_1), R(t_2)]}{\sigma_{R(t_1)} \sigma_{R(t_2)}}. \quad (7)$$

文[5]证明,抗力衰减随机过程在任意两个不同时刻 t_1 、 t_2 的抗力值 $R(t_1)$ 和 $R(t_2)$ 是完全相关的。这一结论与文[6]相符合。

文[5]通过对北京地区民用建筑混凝土结构的调查,并结合以往的研究成果得出北京地区混凝土

和钢筋强度的衰减模型:

$$\begin{cases} \mu_{cu}(t) = \mu_{cu}[1 - 8 \times 10^{-7}(t/a)^3], \\ \delta_{cu}(t) = \delta_{cu}; \\ \mu_{fy}(t) = \mu_{fy}[1 - 2.2 \times 10^{-6}(t/a)^3], \\ \delta_{fy}(t) = \delta_{fy}. \end{cases} \quad (8)$$

式中: $\mu_{cu}(t)$ 、 $\mu_{fy}(t)$ 分别为在使用了 t 时刻的混凝土和钢筋强度平均值; $\delta_{cu}(t)$ 、 $\delta_{fy}(t)$ 分别为在使用了 t 时刻的混凝土和钢筋强度变异系数; μ_{cu} 、 μ_{fy} 、 δ_{cu} 、 δ_{fy} 分别为上述各变量在 $t=0$ 时的值。

实际上,混凝土中钢筋的锈蚀是个复杂的电化学过程,受很多因素的影响^[7]。文[7]在这方面做了较为全面的研究。文[8]研究了锈蚀钢筋的力学性能衰减,综合文[7,8],得出:在北京地区,混凝土保护层厚度 20 mm 时,大气环境,钢筋的强度衰减模型为:

$$\begin{cases} \mu_{fy}(t) = \mu_{fy}[1 - 1 \times 10^{-5}(t/a)^2], \\ \delta_{fy}(t) = \delta_{fy}. \end{cases} \quad (9)$$

结论与式(6)相符。

4 动态结构可靠性分析方法

结构动态可靠性模型如式(2)所示,则结构在设计基准期内的安全概率为

$$P_s(T) = P(Z(t) > 0, t \in [0, T]) = P[R(t) - S(t) > 0, t \in [0, T]]. \quad (10)$$

如按现行结构可靠性标准计算结构的安全概率,式(10)可表示为

$$\begin{aligned} P_s(T) &= P\{\max[R(t) - S(t) > 0, t \in [0, T]]\} = \\ &P[R - G - \max_{0 \leq t \leq T} Q(t)] = \\ &P(R - G - Q_T > 0). \end{aligned} \quad (11)$$

由式(3)知,结构的荷载是按照荷载变化周期而将结构设计(使用)基准期 T 划分为 N 个相等的时间段,而且各个时段内,荷载独立同分布。

在计算动态结构可靠性的过程中,为了与结构荷载效应相对应,同样将抗力随机过程离散化为 N 个随机变量 R_i , 其大小取第 i 个时段抗力的最小值。即在第 i 时段, $t \in [t_{i-1}, t_i]$, $R_i = R(t_i)$ 。

则结构在时间 T 内的安全概率为

$$\begin{aligned} P_s(T) &= P\{Z_1 > 0, Z_2 > 0, \dots, Z_N > 0\} = \\ &P\left(\bigcap_{i=1}^N Z_i > 0\right) = \\ &P\left(\min_{1 \leq i \leq N} Z_i > 0\right) = P\left(R_0 > \max_{1 \leq i \leq N} \frac{S_i}{\varphi_i}\right) = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\int P(R = r) P\left(\max_{1 \leq i \leq N} \frac{S_i}{\varphi_i} < r\right) dr = \\ &\int f_{R_0}(r) \prod_{i=1}^N P(Q_i \leq (r\varphi_i - G)) dr = \\ &\int f_{R_0}(r) \prod_{i=1}^N F_r(r\varphi_i - G) dr. \end{aligned} \quad (12)$$

其中 $Z_i = R_i - S_i$ 为时段 i 的功能函数。

由式(12),可知,当 $\varphi_i = 1$, 即抗力不随时间衰减,上式变为

$$\begin{aligned} P_s(T) &= \int f_{R_0}(r) \prod_{i=1}^N F_r(r - G) dr = \\ &\int f_{R_0}(r) [F_r(r - g)]^N dr = \\ &\int f_{R_0}(r) F_T(r - G) dr. \end{aligned} \quad (13)$$

这与现行结构可靠性分析方法是相协调的,即现行结构可靠性分析方法(不考虑抗力的衰减)是研究方法的一种特殊情况。

5 算例

北京地区某一钢筋混凝土梁,截面尺寸为, $b = 300$ mm, $h = 350$ mm, 配筋面积 $A_s = 1520$ mm² ($4 \times \varnothing 22$ mm), C₂₅ 混凝土,强度 f_c 服从正态分布, $\mu_{f_c} = 26.1$ MPa, $\delta_{f_c} = 0.19$, 钢筋屈服强度 f_y 服从正态分布, $\mu_{f_y} = 384.8$ MPa, $\delta_{f_y} = 0.0743$, 永久荷载效应 $G = 26.5$ kNm, 可变荷载 Q_T 服从极值 I 型分布, $\mu_{Q_T} = 35$ kNm, $\delta_{Q_T} = 0.29$ 。如式(11, 12), 北京地区混凝土抗力衰减系数 $\varphi_c(t) = 1 - 8.0 \times 10^{-7}(t/a)^3$, 钢筋抗力衰减系数 $\varphi_y(t) = 1 - 1 \times 10^{-5}(t/a)^2$ 。设计基准期 $T = 50$ a, 取时段长度 $\tau = 10$ a, 则时段数 $N = \frac{T}{\tau} = \frac{50}{10} = 5$ 。

经计算得,此梁在 50 a 设计使用年限的安全概率 $P_s(50) = 0.998198$, 失效概率 $P_f(50) = 1 - P_s(50) = 0.001802$, $\beta = 3.28$ 。如果不考虑结构抗力的衰减,则柱在 50 a 设计基准期的安全概率 $P_s(50) = 0.998453$, 失效概率 $P_f(50) = 0.001547$, $\beta = 3.33$ 。

6 结论

现有结构可靠性分析方法是基于两个基本假设的“半随机过程方法”,它没有考虑结构使用过程中抗力的衰减变化及荷载的变化。本文依据结构抗力的变化规律,及结构作用效应的统计规律给出了考虑结构动态可靠性的“全随机过程模型”。此方法简便易行,经验证,它与目前使用的结构可靠性分析方法是协调的。

(下转第 405 页)

为 0.810、0.886、0.960 的砂的排水三轴试验结果。该结果与初始围压为 0.1 MPa 的试验结果类似, 初始孔隙比较大的砂剪缩, 而初始孔隙比较小的砂初期表现为少量的剪缩, 后期表现为明显的剪胀; 在相同的初始围压下, 初始孔隙比不同的砂样最后均趋向相同的临界状态。可以看出, 数值模拟的结果与试验结果符合良好。

从图 3 和图 4 中还可以看到, 当初始孔隙比较大时, 应力应变曲线一直表现为硬化, 而当初始孔隙比较小时, 应力应变曲线表现为初始硬化, 达到峰值强度以后, 表现为少量的软化。

5 结 论

数值模拟结果与试验结果符合良好, 表明了该模型在一个较大的密度和压力范围内能够较好地描述砂土排水条件下的强度和变形特性。

参考文献 (References)

- [1] Been K, Jefferies M G. A state parameter for sands [J]. *Geotechnique*, 1985, **35**(2): 99-112.
- [2] Wood M D, Belkheir K, Liu D F. Strain softening and state parameter for sand modeling [J]. *Geotechnique*, 1994, **44**(2): 335-339.
- [3] Manzari M T, Dafalias Y F. A critical state two-surface plasticity model for sands [J]. *Geotechnique*, 1997, **47**(2): 255-272.
- [4] Wan R G, Guo R G. A simple constitutive model for granular soils: modified stress-dilatancy approach [J]. *Computers and Geotechnics*, 1998, **22**(2): 109-133.
- [5] Li X S, Dafalias Y F. Dilatancy for cohesionless soil [J]. *Geotechnique*, 2000, **50**(4): 499-460.
- [6] Roscoe K H, Schofield A N, Wroth C P. On the yielding of soils [J]. *Geotechnique*, 1958, **8**(1): 22-53.
- [7] Poorooshasb H B, Holubec I, Sherbourne A N. Yielding and flow of sand in triaxial compression, Part I [J]. *Canadian Geotech J*, 1966, **3**(5): 179-190.
- [8] Poorooshasb H B, Holubec I, Sherbourne A N. Yielding and flow of sand in triaxial compression, Part II [J]. *Canadian Geotech J*, 1967, **4**(4): 376-397.
- [9] Roscoe K H, Burland J B. On the generalized stress-strain behaviour of 'wet' clay [A]. *Engineering Plasticity* [C]. Cambridge: Cambridge University Press, 1968. 535-609.
- [10] Verdugo R, Ishihara K. The steady state of sandy soils [J]. *Soils and foundations*, 1996, **36**(2): 81-91.
- [1] Been K, Jefferies M G. A state parameter for sands [J]. *Geotechnique*, 1985, **35**(2): 99-112.
- [2] 李田, 刘西拉. 混凝土结构的耐久性设计 [J]. *土木工程学报*, 1994, **27**(2): 47-55.
LI Tian, LIU Xila. Durability design of concrete structures [J]. *China Civil Eng J*, 1994, **27**(2): 47-55. (in Chinese)
- [3] IABSE. Remaining structural capacity [A]. *IABSE Reports. IABSE Colloquium, Copenhagen* [C]. Switzerland: IABSE, 1993.
- [4] 宋晓冰. 钢筋混凝土结构中的钢筋腐蚀 [D]. 北京: 清华大学, 1999.
SONG Xiaobing. Corrosion of Reinforcement in Reinforced Concrete Structures [D]. Beijing: Tsinghua University, 1999. (in Chinese)
- [5] 牛荻涛. 锈蚀钢筋混凝土梁承载力计算方法研究 [J]. *建筑结构*, 2002, **32**(10): 14-17.
NIU Ditao. Study on the calculation of bearing capacity of corrosive reinforced concrete [J]. *Building Structure*, 2002, **32**(10): 14-17. (in Chinese)
- [1] 刘西拉. 结构工程学科现状与未来 [M]. 北京: 人民交通出版社, 1997.
LIU Xila. The Status and Prospects of Structural Engineering [M]. Beijing: People's Traffic Publishing House, 1997. (in Chinese)
- [2] 中华人民共和国国家标准, GB 50068-2001. 建筑结构可靠度设计统一标准 [S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2001.
Standard of PRC, GB 50068-2001. Unified Standard Reliability Design of Building Structures [S]. Beijing: China Building Industry Press, 2001. (in Chinese)
- [3] Geidl V, Aaunders S. Calculation of reliability for time-varying loads and resistances [J]. *Structural Safety*, 1987, **4**(4):
- [4] Mori Y, Ellingwood R. Time-dependent system reliability analysis by adaptive importance sampling [J]. *Structural Safety*, 1993, **12**(1): 59-73.

(上接第 397 页)

参考文献 (References)

- [1] 刘西拉. 结构工程学科现状与未来 [M]. 北京: 人民交通出版社, 1997.
LIU Xila. The Status and Prospects of Structural Engineering [M]. Beijing: People's Traffic Publishing House, 1997. (in Chinese)
- [2] 中华人民共和国国家标准, GB 50068-2001. 建筑结构可靠度设计统一标准 [S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2001.
Standard of PRC, GB 50068-2001. Unified Standard Reliability Design of Building Structures [S]. Beijing: China Building Industry Press, 2001. (in Chinese)
- [3] Geidl V, Aaunders S. Calculation of reliability for time-varying loads and resistances [J]. *Structural Safety*, 1987, **4**(4):
- [4] Mori Y, Ellingwood R. Time-dependent system reliability analysis by adaptive importance sampling [J]. *Structural Safety*, 1993, **12**(1): 59-73.
- [5] 李田, 刘西拉. 混凝土结构的耐久性设计 [J]. *土木工程学报*, 1994, **27**(2): 47-55.
LI Tian, LIU Xila. Durability design of concrete structures [J]. *China Civil Eng J*, 1994, **27**(2): 47-55. (in Chinese)
- [6] IABSE. Remaining structural capacity [A]. *IABSE Reports. IABSE Colloquium, Copenhagen* [C]. Switzerland: IABSE, 1993.
- [7] 宋晓冰. 钢筋混凝土结构中的钢筋腐蚀 [D]. 北京: 清华大学, 1999.
SONG Xiaobing. Corrosion of Reinforcement in Reinforced Concrete Structures [D]. Beijing: Tsinghua University, 1999. (in Chinese)
- [8] 牛荻涛. 锈蚀钢筋混凝土梁承载力计算方法研究 [J]. *建筑结构*, 2002, **32**(10): 14-17.
NIU Ditao. Study on the calculation of bearing capacity of corrosive reinforced concrete [J]. *Building Structure*, 2002, **32**(10): 14-17. (in Chinese)