弯曲疲劳载荷下曲轴剩余强度的简化试验模型

周迅, 俞小莉, 李迎

(浙江大学 机械与能源工程学院, 浙江 杭州 310027)

摘要: 剩余强度模型在描述试件的动态疲劳行为方面是一种比较切合实际的方法。但对于曲轴这一类结构较复杂的构件, 进行常规的剩余强度试验往往比较困难, 为此提出了一种基于简化模型的动态信息跟踪方法的剩余强度试验研究方法。该模型建立在对谐振式弯曲疲劳试验台的振动分析和试件疲劳裂纹扩展的断裂力学分析之上。为探讨这种模型的可行性, 根据韧性材料曲轴疲劳裂纹发展的特点, 建立了简化量化关系并给出了量化分析的实例。

关键词: 动力机械工程; 内燃机; 可靠性; 剩余强度; 疲劳试验; 曲轴

中图分类号: TK427 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-1093(2006)04-0712-04

Test Model for Investigating the Residual Strength Degeneration Regularity of Crankshaft Serving on Bending Fatigue Load

ZHOU Xun, YU Xiao-li, LI Ying

(College of Mechanical and Energy Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, Zhejiang, China)

Abstract: Residual strength model is a proper methodology to describe the dynamic fatigue behavior of mechanical component. But it is always difficult to get the residual strength model of some components with complicated structure, such as engine crankshaft. In order to achieve the investigation, an experimental residual strength model based on simplified model and dynamic information tracing technology was brought forward. The model is based on modality analysis of the resonant test machine for crankshaft and fracture mechanics analysis of crack expanding behavior. To estimate the feasibility of the method, a simplified quantified study model was also built up according to some experiential knowledge of crankshaft's fracture expanding characters. A sample investigation using the method was presented at last.

Key words: power mechanical engineering; engine; reliability; residual strength; fatigue test; crankshaft

剩余强度模型是近年发展起来的一种基于应力-强度干涉模型建立的构件疲劳可靠性研究方法。由于其天然的破坏准则, 剩余强度模型受到国内外众多研究者的重视^[1-4]。大量研究表明, 该模型在构件疲劳行为的动态特性描述以及构件可靠性分析方面有一定的意义。

同常规的材料剩余强度理论和试验研究相比, 某些特殊的构件, 如发动机曲轴, 因具有特殊结构并往往经过一些特殊工艺的处理, 其剩余强度退化规律必然表现出较大的差异。而通常应用于材料疲劳特性研究的试验手段, 往往也不宜在这类造价较高的特殊构件上面使用。鉴于这种情况, 针对韧性材

料曲轴提出了一种简化试验模型, 并在谐振式弯曲疲劳试验系统^[5]进行弯曲疲劳试验过程中, 采用试验台激振响应动态信息跟踪方法, 对试件的剩余强度进行了试探性的试验研究。本文着重讨论了该试验方法的原理, 并根据试验结果对该方法的可行性进行了分析。

1 剩余强度的表述

在疲劳载荷作用下, 构件内部的裂纹扩展导致其性能恶化, 外在表现为构件抵抗外界载荷的能力下降。这种抵抗能力在唯象上可以用剩余强度 (Residual Strength) 来描述。构件在经过 n 次疲劳

循环之后的安全余量方程为

$$M_R = R(n) - S(n) > 0,$$

式中： $R(n)$ 即为构件经过 n 次循环时的剩余强度； $S(n)$ 为疲劳载荷； M_R 为相应的安全余量。

不同材料在疲劳载荷作用下其剩余强度退化规律是不同的。对于金属材料，从疲劳机理上看，在构件服役的初期，因疲劳载荷作用而产生的缺陷如位错、滑移、空穴等对构件的强度影响很小，但在后期缺陷发展为裂纹并扩展时，构件的强度迅速下降，最终导致破坏。因而对于金属材料来说，剩余强度退化受到裂纹扩展规律的控制，呈一种“突然死亡”式的发展趋势。结合边界条件，剩余强度曲线有如下特征^[4]：1) $R(0) = \sigma_b$ 端点边界条件，表示无裂纹状态，剩余强度的初始值为极限强度；2) $R(1) = \sigma_{max}$ 端点边界条件，在疲劳破坏时剩余强度为疲劳载荷峰值；3) $\lim_{n \rightarrow 0} \frac{dR(n)}{dn} = 0$ ，表示开始阶段剩余强度退化较慢；4) $\lim_{n \rightarrow N} \frac{dR(n)}{dn} = \infty$ ，表示在接近构件的疲劳寿命 N 时，其强度退化速度急剧增大，具有“突然死亡”的特点。

在满足上述 4 点的前提下，剩余强度的模型可写成如下简单的形式^[4]：

$$R(n) = R(0) - [R(0) - \sigma_b] \left(\frac{n}{N}\right)^c, \quad (1)$$

式中： σ_b 为承载应力； c 为待定常数。

由于理论上对剩余强度进行分析尚有较强的困难，目前对于剩余强度模型的建立一般以试验研究为主。常规剩余强度试验，对应于一个载荷水平，一般按循环比截取若干个试件进行静强度测试来确定对应于该循环比的剩余强度，这种试验方法虽然在一定程度上反映了材料的分散性，但不足以描述单个试件剩余强度的动态发展历程。同时静态测试极限强度，对于某些尺寸大、结构复杂的构件也较难实现。

2 结构剩余强度试验的简化模型

由于曲轴受力情况和裂纹扩展行为的复杂性，对其进行剩余强度的试验研究必须舍弃次要因素，进行一定的简化。对此提出一种基于简化模型的试验方法。该方法试图通过在试件的剩余强度和谐振试验台的振动模型之间建立力学关系，并在现有试验设备的基础上，利用疲劳试验中监测到的试验台振动响应数据来估算试件剩余强度的动态发展规律。

2.1 谐振式弯曲疲劳试验的振动模型

试验在文献[5]所介绍的一种智能型谐振式曲轴弯曲疲劳试验系统上进行。该系统的谐振原理如图 1 所示。由电动机和偏心轮组成的激振装置安装在主动臂上。运行时电动机驱动偏心轮带动主动摆

臂产生受迫振动并藉此带动由两摆臂和曲轴所组成的整个摆体振动。这样，夹在 2 个摆臂间的曲轴就受到 1 个交变弯曲载荷的作用。

图 1 谐振式曲轴疲劳试验系统的谐振原理简图

Fig. 1 Schematic of fatigue test system for crankshaft

试验时，试件纵向上在摆臂上受夹紧的长度约占试件总装配长度的 3/4，具有足够的连接刚性，可将装配后的谐振系统作为一个整实体进行分析。预紧力大小等与装配相关的随机性因素，对谐振特性也有一定的影响，但以解析方法量化计算这些因素都比较困难，实际分析时可通过系统初始状态（试件无裂纹时）的试验标定值进行修正。为方便起见，理论推导时忽略这些因素，则其一阶谐振模型的等效系统如图 2 所示。

图 2 谐振等效图

Fig. 2 Equivalent schematic of resonance

振动系统的运动微分方程为

$$I_1 \ddot{\theta}_1 + k(\theta_1 - \theta_2) = M_e e^{i\omega t}, \quad (2)$$

$$I_2 \ddot{\theta}_2 + k(\theta_2 - \theta_1) = 0, \quad (3)$$

式中： I_1 、 I_2 分别为主、被动摆臂相对加载中心线的转动惯量； k 为系统刚度，视 2 个摆臂为刚体时， k 仅取决于试件的弯曲刚度，计算式为

$$k = \frac{EI}{l} = \frac{E d^4}{64 l^3}, \quad (4)$$

式中： E 为试件材料的弹性模量； d 、 J 分别为试件危险截面的直径和惯性矩； l 为 2 个摆臂中心线之间的距离。系统的激振力矩由偏心轮产生，当偏心轮以角速度 ω 转动时，激振力矩幅值为

$$M_e = m R^2 \omega^2 L.$$

式中： m 为偏心轮的质量； R 为其偏心距； L 为加载力臂长度。联立(2)式和(3)式可解得振动系统的动力放大系数为

$$k_n = \frac{M_b}{M_e} = \frac{1}{2 \left(1 - \frac{p^2}{p^2} \right)},$$

式中： M_b 为试验中试件所承受的力矩； p 为系统的共振角速度：

$$p = \sqrt{\frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2}}$$

2.2 试件剩余强度和系统振动特性之间的动态变化关系

研究表明：金属构件一般在高应力区域的缺陷处首先产生疲劳裂纹。在某一载荷水平下，随着疲劳应力的继续，裂纹逐渐扩展导致承载截面被削弱，此时构件的强度极限值为对应循环次数的剩余强度值。

金属材料的裂纹扩展是一个复杂现象，它与试件的结构尺寸、材料特性、应力类型以及承载环境都有关系。高周疲劳构件的微观裂纹扩展阶段占到其整个寿命的绝大部分。由于剩余强度的退化主要受到裂纹扩展规律的控制，因而构件的剩余强度在其大部分寿命期间都呈下降趋势。

试验时，曲轴试件的危险截面上主要受到拉伸力的作用，则由断裂力学知

$$K_I = \sqrt{a}F,$$

式中： K_I 为张开型裂纹的应力强度因子； F 为承载应力； a 为裂纹长度； F 为几何修正系数，影响几何修正系数的因素较多，裂纹的几何参数对 F 有一定的影响，因此 F 也是 $a(n)$ 的函数，即

$$F = F(a(n)).$$

当含裂纹构件的应力强度因子 K_I 达到其断裂韧性 K_{IC} 时，试件发生断裂。此时的承载应力即为剩余强度，有

$$R(n) = \frac{K_{IC}}{F(a(n)) \sqrt{a(n)}}, \quad (5)$$

则有微分关系

$$\frac{dR(n)}{da(n)} = P(a(n)), \quad (6)$$

式中： $a(n)$ 为裂纹长度，是加载次数 n 的单调升函数。

曲轴的疲劳源多发生于曲柄臂与连杆轴颈或主轴颈之间的过渡圆角处，因为这个地方不仅受到较大的拉伸、剪切力，而且应力集中也比较严重。裂纹产生之后，从其萌生源沿应力最大方向向纵深不断扩展。在此过程中，试件不仅表现出剩余强度下降，其它力学特性，如弯曲刚度，必然也同时发生变化。

金属材料疲劳破坏断口的宏观形貌特征可以在一定程度上反映裂纹几何参数的变化规律^[6]。大量观察表明，曲轴裂纹的形状多为直线、椭圆或接近直线的波浪线。但由于曲轴在发生猝断失效之前裂纹尺寸较小，实例分析表明：剩余强度的计算结果对裂纹形状采用何种形式并不敏感。因此，不妨假定

裂纹在试件危险截面上具有图 3 所示的简化几何关系。

图 3 曲轴危险截面上裂纹的简化几何关系
Fig. 3 A simplified geometric shape of crack on the crankshaft's weak section

因为裂纹长度 $a(n)$ 相对截面直径而言是小尺寸，所以可认为截面的形心位置不因裂纹而发生变化。则经过 n 次循环，由图 3 所确定的几何关系可得对应截面上的剩余惯性矩近似为^[6]

$$J(n) = J(a(n)) = \frac{d^4}{64} - J_r(a(n)),$$

其中：

$$J_r(a(n)) = 2 \int_{\sqrt{\frac{d^2 - a^2(n)}{4}}}^{\frac{d}{2}} \left(\frac{d}{2} \right)^2 - y^2 dy,$$

为被裂纹截断区域对于原形心的惯性矩。

主、被动摆臂的弯曲刚度（相对水平面的最小截面处惯性矩约为 $6.38 \times 10^{-5} \text{ m}^4$ ）远远大于曲轴（取连杆轴颈直径为 0.082 m 时，其初始状态惯性矩约为 $2.22 \times 10^{-6} \text{ m}^4$ ），因此，对于作为工作振型的一阶振动而言，振动系统的刚度可以认为主要取决于曲轴的刚度。则仅考虑构件承载截面减少这个单一因素， n 次加载之后振动系统的剩余刚度 $k(n)$ 为

$$k(n) = \frac{E}{l} J(n), \quad (7)$$

同时有微分关系：

$$\frac{dk(n)}{da(n)} = Q(a(n)). \quad (8)$$

由(6)、(8)式得

$$\frac{dR(n)}{dk(n)} = \frac{P(a(n))}{Q(a(n))} = G(a(n)). \quad (9)$$

(9) 式说明，系统剩余刚度和试件的剩余强度具有相互关联的退化规律，其变化关系可表达为一个以 $a(n)$ 为自变量的函数。

谐振式弯曲疲劳试验台的振动系统刚度由试件本身的弯曲刚度决定。因而当使用该试验模型进行弯曲疲劳试验时，随着试件的剩余强度和弯曲刚度的下降，必引起整个振动系统的振动特性遵循某种相关规律同时发生变化。

2.3 试验台振动响应的动态跟踪

振动系统的响应特性通常由模态试验分析来获得。但对于一些较简单的模型，也可以直接对振动

的位移、速度或加速度进行监测来求得其响应特性。因加速度传感器具有质量小且易于安装等特点,所以常常被应用于振动测试。

为了对试验台的振动模态进行动态跟踪,在试验台的被动臂上对应偏心轮的位置安装了一个加速度传感器,根据前文的分析,振动系统在传感器安装处的加速度值为(见图1)

$$= L \ddot{\theta} = \frac{mR^2L^2}{2I_2 \left(1 - \frac{2I_1I_2}{k(I_1 + I_2)} \right)} \quad (10)$$

试验中,利用上位机对曲轴弯曲疲劳试验的运行过程的 $\ddot{\theta}$ 值进行了全程监测和记录。因本试验旨在探讨试件的剩余强度的动态变化规律,所以其试验控制策略与原试验系统的以加速度为参考的恒载荷控制策略^[5]有所不同。

3 曲轴剩余强度的量化试验及实例分析

为进一步考察试件剩余强度退化和振动系统响应特性之间的关系,本文利用简化模型对试件剩余强度退化规律进行了定量考察。

3.1 量化关系的建立

因在理论上求解曲轴的几何修正系数 F 尚存较大难度,以(5)式为依据进行剩余强度的量化很难施行。但由于该试件为韧性材料,其断裂行为对裂纹状态并不敏感,因而根据剩余强度的定义,不妨以危险截面上的残余截面面积的静态强度作为曲轴的剩余强度。根据图4的简化几何关系,试件的剩余强度等效为

$$R(n) = R(0) \frac{d^2 - 4S_r(n)}{d^2} \quad (11)$$

式中:

$$S_r(n) = \frac{1}{4} \left[a \left(\sqrt{d^2 - a^2} - 2 \arcsin \frac{a}{d} \right) + d^2 \right]$$

该式的几何意义为裂纹截断区域的面积。

联立(7)、(10)、(11)三式,即可完整的建立系统振动加速度和试件剩余强度之间的量化关系模型。

3.2 实例分析

根据所建立的系统振动加速度和试件剩余强度之间的量化关系式和动态跟踪实际测量得到的系统振动加速度值,利用迭代算法计算得到了该试件在相应承载条件下的剩余强度退化曲线,并按照(1)式,对试验数据进行拟合,如图4所示。

由该图可见,通过本次动态试验跟踪获得的剩余强度曲线和(1)式拟合的剩余强度曲线趋势基本一致。但在疲劳初期两者间有较大不同,这是由于曲轴的危险截面的边界过渡圆角处被实施了较大程度的表面强化处理而造成的。这种处理在表面层其强化程度最大,随深度的增加而减弱。因此在疲劳

初期,曲轴的剩余强度下降较快。裂纹扩展至一定深度之后,强化程度开始减弱,其剩余强度的退化也相应的渐趋平缓,开始与拟合曲线值接近。这也反映出,曲轴这类经过特殊处理、具有特殊结构特征的构件,其剩余强度退化规律和普通构件或材料的剩余强度退化规律具有一定的差异。

试验应力 $\sigma = 607.40$ MPa,循环次数 $N = 3\ 557\ 435$,初始强度 $R(0) = 855.64$ MPa,指数 $c = 13.89$

图4 曲轴弯曲疲劳剩余强度的试验及拟合曲线

Fig. 4 Test and fitting curve of the crankshaft's residual strength

4 小结

实例分析表明:这种基于简化模型和动态信息跟踪的剩余强度试验方法能够在一定程度上反映构件的疲劳行为特征。但本文应用的加速度跟踪方法,对于该振动系统来说还是比较粗糙的。为提高量化研究精度,需要进一步提高动态信息跟踪的精度并丰富跟踪信息的类型,以综合的、准确的反映其振动响应的变化特性,从而在此基础上提高剩余强度动态试验方法的精度。

参考文献(References)

- [1] Kececioglu D. Fatigue prevention and reliability [C]. Proc ASME, 1978, 19:285 - 309.
- [2] Carter ADS. Mechanical reliability [M]. 2nd ed. London: Macmilan Education, 1986, 21:102 - 103.
- [3] El-Axir M H. A method of modeling residual stress distribution in turning for different materials[J]. International Journal of Machine Tools & Manufacture, 2002, 42:1055 - 1063.
- [4] 吕海波,姚卫星. 构件疲劳可靠性估算的剩余强度模型[J]. 航空学报,2000,21(1):74 - 77.
LÜ Hai-bo, YAO Wei-xing. Residual strength model of elements fatigue reliability evaluation[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2000, 21(1):74 - 77. (in Chinese)
- [5] 俞小莉,周迅,刘震涛,等. 智能型曲轴弯曲疲劳试验系统[J]. 兵工学报,2004,25(3):368 - 371.
YU Xiao-li, ZHOU Xun, LIU Zhen-tao, et al. An intelligent fatigue test system for crankshaft[J]. Acta Armamentarii, 2004, 25(3):368 - 371. (in Chinese)
- [6] 苏翼林. 材料力学[M]. 天津:天津大学出版社,2001:321 - 325.
SU Yi-lin. Mechanics of materials[M]. Tianjin: Tianjin University Press, 2001: 321 - 325. (in Chinese)