

备件保障度评估与备件需求量模型研究

张建军¹, 李树芳², 张涛¹, 郭波¹, 高大化¹

(1. 国防科技大学系统工程研究所, 湖南 长沙 410073;

2. 66440 部队装备部, 河北 石家庄 050081)



摘要: 基于更新过程理论, 给出了部件寿命服从不同分布 (指数分布、威布尔分布、正态分布和 Γ 分布) 情况下, 单不可修部件的备件保障度模型; 然后给出了多不可修部件和多可修部件的备件保障度模型, 通过具体算例, 验证了模型的正确性; 最后在备件保障度模型的基础上, 给出了备件需求量模型。

关键词: 备件; 备件保障度; 可修件

中图分类号: E 911 文献标识码: A 文章编号: 1672-5468 (2004) 06-0018-05

Study on spare availability and optimization model

ZHANG Jian-jun¹, LI Shu-fang², ZHANG Tao¹, GUO Bo¹, GAO Da-hua¹

(1. Institute of System Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;

2. 66440 Troops, Shijiazhuang 050081, China)

Abstract: Spare availability assessment is an important part of support ability assessment. This paper gives mathematical spare availability models for spare components with exponential, normal, Weibull and time to failure distribution. Three application examples are presented to verify the models. An optimization model of the spare components is also provided. This optimization model can be used to predict the number of spares required for a system to achieve specified spare availability.

Key words: spare parts; spare availability; repairable components

1 引言

装备保障是以装备为主体, 保证装备战备完好所进行的一系列使用和维修保障工作, 备件保障工作的效果对这项工作有着举足轻重的影响。备件保障度是指在指定的工作任务时间内, 当部件失效或者被损后, 能够在指定的时间内获得指定数量备件的概率, 备件保障度评估是装备维修

保障能力评估的重要内容。在任务执行之前, 通过对制定的备件保障方案进行评估和优化, 可以提前发现保障方案中存在的问题, 为维修保障指挥提供决策的依据, 从而提高保障任务的成功概率。近年来, 国内外许多学者对备件的最优库存模型进行了研究^[1-5], 在假设已知维修时间进度表的情况下^[6], 对维修车间的可用度进行了研究, 分析在给定备件数量的情况下, 单个部件的可用度问题等^[7]。

收稿日期: 2004-04-28

作者简介: 张建军 (1971-), 男, 河北高阳人, 国防科技大学系统工程研究所博士研究生, 研究方向为可靠性、维修性、

保障性工程、系统规划等

现有的研究还不是很全面，有些仅考虑部件寿命服从指数分布，有些仅考虑单部件，有些仅考虑不可修的情况，没有建立全面的备件保障度评估与备件需求量模型，全面的模型有如下假设：

- 1) 备件在存放期内无失效；
- 2) 多个部件失效为独立事件。

2 单不可修部件的备件保障度模型

2.1 问题描述

单不可修备件保障度评估问题可以描述为：

T_s ——已知某不可修部件的总工作时间；

N ——部件寿命服从某种分布，可用备件；

$P(k \leq N)$ ——计算备件保障度；

$P(k)$ ——正好需要 k 个备件的概率。

2.2 更新过程

对于单不可修备件，要计算备件保障度，可以先通过定义一个更新过程，然后利用更新过程理论，建立备件保障度模型。具体的方法如下：

设 $X_i (i=1, 2, \dots)$ 为第 i 个备件的寿命时间，可以定义消耗 n 个备件后系统的连续工作时间为一个序列： $S_n = S_{n-1} + X_n$ ，其中 $S_1 = X_1$ 且 $X_0 = 0$ ，通过定义， $\{S_n; n=1, 2, \dots\}$ 形成一个更新过程，假设 $f(t)$ 为部件失效的概率密度函数； $F(t)$ 为 $f(t)$ 的卷积函数，通过更新过程理论^[7]，部件在 T_s 时间内失效次数为 k ，即正好需要备件的数量为 k 的概率是：

$$P(k) = F^k(T_s) - F^{k+1}(T_s) \quad (1)$$

式 (1) 中： $F^k(t)$ —— $F(t)$ 的 k 重卷积函数。

从而得到备件保障度的计算公式为：

$$P(k \leq N) = \sum_{k=0}^N P(k) = \sum_{k=0}^N [F^k(T_s) - F^{k+1}(T_s)] \quad (2)$$

在此基础上，给出部件寿命服从以下分布的备件保障度模型。

2.3 部件寿命服从负指数分布

设部件服从参数为 λ 的负指数分布，可知 $f(t) = \lambda \exp(-\lambda t)$ ， $F(t) = 1 - \exp(-\lambda t)$ ， k 重卷积计算公式为：

$$F^k(t) = 1 - \sum_{i=0}^{k-1} \frac{(\lambda t)^i}{i!} \exp(-\lambda t)$$

$$F^{k+1}(t) = 1 - \sum_{i=0}^k \frac{(\lambda t)^i}{i!} \exp(-\lambda t) \quad (3)$$

可得 $P(k) = \frac{(\lambda T_s)^k}{k!} \exp(-\lambda T_s)$ ，从而得到备件保障度计算公式：

$$P(k \leq N) = \sum_{k=0}^N \frac{(\lambda T_s)^k}{k!} \exp(-\lambda T_s) \quad (4)$$

2.4 部件寿命服从正态分布

部件寿命服从正态分布，可知

$$f(t) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

$$F(t) = \int_0^t \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) dx \quad (5)$$

式 (5) 中： μ ——正态分布的均值；

σ ——偏差。

同理，可以得到 k 重卷积计算公式：

$$F^k(T_s) = \Phi\left(\frac{T_s - A_k}{B_k}\right) \quad (6)$$

式 (6) 中： $A_k = \sum_{i=0}^k A_i = k \times \mu$ ， $B_k = \sigma \sqrt{k}$ 。可得

$P(k) = \Phi\left(\frac{T_s - A_k}{B_k}\right) - \Phi\left(\frac{T_s - A_{k+1}}{B_{k+1}}\right)$ ，从而得到备件保障度计算公式：

$$P(k \leq N) = \sum_{k=0}^N [\Phi\left(\frac{T_s - A_k}{B_k}\right) - \Phi\left(\frac{T_s - A_{k+1}}{B_{k+1}}\right)] \quad (7)$$

2.5 部件寿命服从威布尔分布

部件服从威布尔分布，可知

$$f(t) = \lambda \beta t^{\beta-1} \exp(-\lambda t^\beta), F(t) = 1 - \exp(-\lambda t^\beta) \quad (8)$$

式 (8) 中： β ——形状参数；

λ ——尺度参数。

计算 k 重卷积得：

$$F^k(T_s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} A_{k+n} T_s^{n\beta}}{\Gamma(n\beta+1)} \quad (9)$$

式 (9) 中： $A_{k,n}$ 通过如下方法给出：

对于所有 n ， $A_{1,n} = \alpha_n$ ；当 $n < k$ ， $A_{k,n} = 0$ ；

对于所有 k ， $A_{k,1} = (-1)^{k-1} \alpha_1^k$ ；当 $n > k$ ，

$A_{k,n} = -\sum_{j=k-1}^{n-1} A_{k-1,j} \alpha_{n-j}$ ； $\alpha_k = \Gamma(k\beta + (1/k!))$ 。可得

$P(k) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} A_{k,n} T_s^{n\beta}}{\Gamma(n\beta+1)} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} A_{k+1,n} T_s^{n\beta}}{\Gamma(n\beta+1)}$ ，从而得到备件保障度计算公式：

$$P(k \leq N) = \sum_{k=0}^N \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} A_{k,n} T_s^{n\beta}}{\Gamma(n\beta+1)} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} A_{k+1,n} T_s^{n\beta}}{\Gamma(n\beta+1)} \right] \quad (10)$$

2.6 部件寿命服从分布

对于服从 Γ 分布的部件, 可得:

$$f(t) = t^{\alpha-1} \frac{\exp(-t/\beta)}{\Gamma(\alpha)\beta^\alpha} \quad (11)$$

式 (11) 中: β ——尺度参数;

α ——为形状参数。

计算 k 阶卷积得:

$$F^k(T_s) = \frac{1}{\Gamma(k\alpha)} \int_0^{T_s/\beta} x^{k\alpha-1} e^{-x} dx. \text{ 可得:}$$

$$P(k) = \frac{1}{\Gamma(k\alpha)} \int_0^{T_s/\beta} x^{k\alpha-1} e^{-x} dx - \frac{1}{\Gamma((k+1)\alpha)} \int_0^{T_s/\beta} x^{(k+1)\alpha-1} e^{-x} dx \quad (12)$$

从而得到备件保障度计算公式:

$$P(k \leq N) = \sum_{k=0}^N \left[\frac{1}{\Gamma(k\alpha)} \int_0^{T_s/\beta} x^{k\alpha-1} e^{-x} dx - \frac{1}{\Gamma((k+1)\alpha)} \int_0^{T_s/\beta} x^{(k+1)\alpha-1} e^{-x} dx \right] \quad (13)$$

3 多不可修部件的备件保障度模型

多不可修部件的备件保障度评估问题是在单不可修备件保障度评估问题的基础上, 考虑装备同时包含 m 个相同类型的不可修部件且 m 个部件之间属于串联关系而得到如下公式:

$$P(k) = \sum_{k_1+k_2+\dots+k_m=k} [P(k_1) + P(k_2) + \dots + P(k_m)] \quad (14)$$

$$P(k \leq N) = \sum_{k=0}^N \sum_{k_1+k_2+\dots+k_m=k} [P(k_1) + P(k_2) + \dots + P(k_m)] \quad (15)$$

3.1 部件寿命服从指数分布

根据指数分布的优良特性, 可以直接化简式 (15) 得到该类部件的备件保障度计算公式:

$$P(k \leq N) = \sum_{k=0}^N \frac{(m\lambda T_s)^k}{k!} \exp(-m\lambda T_s) \quad (16)$$

但是对于正态分布、威布尔分布和 Γ 分布, 当 m 和 N 比较大时, 利用式 (15) 求解时的复杂度比较大, 所以有必要对其进行简化。

3.2 部件寿命服从正态分布

该类部件在假设条件下的备件保障度计算公式为:

$$P(k \leq N) = \sum_{k=0}^N C_m^k \left(\int_0^{T_s} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] dx \right)^k \left(\int_{T_s}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] dx \right)^{m-k} \quad (17)$$

3.3 部件寿命服从威布尔分布

该类部件在假设条件下的备件保障度计算公式为:

$$P(k \leq N) = \sum_{k=0}^N C_m^k [1 - \exp(-\lambda T_s^\beta)]^k [\exp(-\lambda T_s^\beta)]^{m-k} =$$

$$\sum_{k=0}^N \sum_{i=0}^k C_m^k C_k^i (-1)^i \exp(-i\lambda T_s^\beta) [\exp(-\lambda T_s^\beta)]^{m-k} =$$

$$\sum_{k=0}^N \sum_{i=0}^k C_m^k C_k^i (-1)^i \exp[-(m-n+i)(\lambda T_s^\beta)] \quad (18)$$

3.4 部件寿命服从 Γ 分布

该类部件在假设条件下的备件保障度计算公式为:

$$P(k \leq N) = \sum_{k=0}^N C_m^k \left[\frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^{T_s/\beta} x^{\alpha-1} \exp(-x) dx \right]^k$$

$$\left[\frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_{T_s/\beta}^{\infty} x^{\alpha-1} \exp(-x) dx \right]^{m-k} \quad (19)$$

4 多可修部件的备件保障度模型

对于可修部件, 在任务期间失效, 立刻用备件换上, 换下的失效部件可以通过维修恢复到完好状态, 然后重新作为一个备件使用。易知, 在可用备件相同数量的条件下, 可修部件的备件保障度要比不可修部件的备件保障度高。对于可修部件, 这里仅考虑部件寿命服从指数分布的情况。

如果满足 MTBF 远大于平均修复时间, 即可以用 $1/\mu$ 代替 T_s , 且假设任务期间至少需要携带一个备件, 对于这种情况, 可以直接在式 (15) 的基础上修改得到备件保障度的计算公式:

$$P(k \leq N) = \sum_{k=0}^N \frac{(m\lambda/\mu)^k}{k!} \exp(-m\lambda/\mu) \quad (20)$$

如果不满足 MTBF 远大于平均修复时间 $1/\mu$, 可以把问题描述为一个 $M/M/c/m+N/m$ 有限源排队系统, m 个部件工作, 备件数量 N , c 个维修分队, 且维修分队工作相互独立; 平均修复时间都服从同一负指数分布, 平均修复时间为 $1/\mu$; 当工作部件出现故障, 就立即用备件替换下来 (如没有备件, 装备停止工作), 由维修分队进行修理, 修好后, 则作为备件可重新使用。从而备件保障度评估问题转变为有限源排队系统中可工作部件大于等于 m 的概率求解问题。根据排队论方法^[8], 当 $c \leq N$ 时, 可以得到任务期间正好需要 k 个备件

的概率计算公式:

$$P(k) = \begin{cases} \frac{m^k}{k!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^k P(0), & (0 \leq k < c) \\ \frac{m^k}{c^{k-c} c!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^k P(0), & (c \leq k \leq N) \\ \frac{m^N m!}{(m-k+N)! c^k c!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^k P(0), & (N < k \leq N+m) \end{cases} \quad (21)$$

式 (21) 中:

$$P(0) = \left[\sum_{k=0}^{c-1} \frac{m^k}{k!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^k + \frac{1}{c!} \sum_{k=c}^N \frac{m^k}{c^{k-c}} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^k + \frac{m^N m!}{c!} \sum_{k=N+1}^{N+m} \frac{1}{c^{k-c} (m-k+N)!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^k \right]^{-1}$$

配备 N 个备件的任务期间备件保障度即等于备件需求小于等于 N 的概率, 所以此时的备件保障度计算公式为:

$$P(k \leq N) = \sum_{k=0}^N P(k) = \left[\sum_{k=0}^{c-1} \frac{m^k}{k!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^k + \frac{1}{c!} \sum_{k=c}^N \frac{m^k}{c^{k-c}} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^k \right] P(0) \quad (22)$$

当 $C > N$ 时, 可以通过如下公式计算:

$$P(k) = \begin{cases} \frac{m^k}{k!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^k P(0), & (0 \leq k \leq N) \\ \frac{m^N m!}{(N+m-k)! k!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^k P(0), & (N < k \leq c) \\ \frac{m^N m!}{(m-k+N)! c^{k-c} c!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^k P(0), & (c < k \leq N+m) \end{cases} \quad (23)$$

式 (23) 中:

$$P(0) = \left[\sum_{k=0}^{N-1} \frac{m^k}{k!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^k + \sum_{k=N}^c \frac{m^N m!}{(N+m-k)! k!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^k + \frac{m^N m!}{c!} \sum_{k=c+1}^{N+m} \frac{1}{c^{k-c} (m-k+N)!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^k \right]^{-1}$$

同理, 可以得到 $C > N$ 时的备件保障度计算公式:

$$P(k \leq N) = \sum_{k=0}^N P(k) = P(0) \cdot \sum_{k=0}^N \frac{m^k}{k!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^k \quad (24)$$

5 模型举例

5.1 单不可修备件保障度算例

已知某雷达装备上部件 A 失效时间服从参数为 $\lambda=0.0002$ 负指数分布, 雷达在 2 Y 工作期内每年工作 5 000 h, 该部件共有 3 个备件, 计算该部

件的备件保障度。

解: 部件 A 的工作总时间 $T_s=2 \times 5\,000=10\,000$, 故障率 $\lambda=0.0002$, 备件总数 $N=3$, 将参数代入式 (4), 解得备件保障度 $P=0.86$ 。

5.2 多不可修备件保障度算例

已知某装备上有 5 个同类型串联部件 A、B、C、D、E, 该类部件失效时间服从参数为 $\lambda=0.0001$ 负指数分布, 装备每年工作 4 000 h, 该部件共有 8 个备件, 求该类部件的年度备件保障度。

解: 部件的机用数 $m=5$, 工作总时间 $T_s=4\,000$, 故障率 $\lambda=0.0001$, 备件总数 $N=4$, 将参数代入式 (16), 解得备件保障度 $P=0.95$ 。

5.3 多可修备件保障度算例

某雷达有 6 个同类可修部件, 部件的故障率 $\lambda=0.0001$, 维修工可以维修替换下来的部件, 他们的工作相互独立, 修复时间服从同一负指数分布, 修复率为 0.002。

该例中 MTBF 不满足远大于 MTTR 的条件, 因此可以将之作为 $M/M/c/m+N/m$ 有限源排队系统求解, 分别考虑有一个维修工和两个维修工的情况下, 给定不同数量的备件, 带入式 (21) 和式 (23), 计算不同备件方案条件下的备件保障度, 得到如图 1 所示的备件保障度曲线。

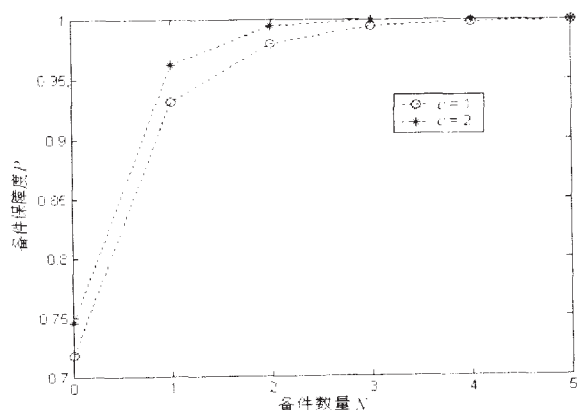


图 1 备件保障度曲线

6 备件需求量确定过程

备件需求量模型是在给定部件工作时间、部件寿命分布的情况下, 求解使得满足备件保障度 $P \geq P^*$ 的最少备件数量 K^* , 问题描述为:

$$K^* = \min \{K \mid \sum_{k=0}^K P(k) \geq P^*\} = \min \{K \mid P(k \leq K) \geq P^*\} \quad (25)$$

在备件保障度模型的基础上，实现备件需求量的步骤如下：

Step 1: $K=0$;

Step 2: 通过备件保障度计算公式 $P(k \leq K)$ ，计算备件保障度 P ;

Step 3: 如果 $P \geq P^*$ ，则算法结束， $K^*=K$ ；如果 $P < P^*$ ，则转到 Step 4;

Step 4: $K=K+1$ ，转到 Step 2。

7 结束语

本文给出了在部件寿命服从不同分布的情况下，可修部件与不可修部件的备件保障度模型以及备件需求量模型。不过这些模型都是假设部件在任务期间出现故障，无论是否影响任务继续进行，都采取更换备件活动。但在实际任务过程中，对于某些特殊部件，当出现故障后，如果不影响任务继续进行，可以暂时不更换备件，等任务结束后再进行更换。对于这类问题，本文的模型将无法计算，此时可以借鉴多阶段任务系统的建模与分析方法，进一步研究多阶段任务过程的备件保障度模型，同时也可以研究在费用约束条件下

的备件需求量问题。

参考文献：

- [1] Elif Akcali, Martin Davis, Randall D, et al. A Decision Support System for Spare Parts Management in a Wafer Fabrication Facility [J]. IEEE Trans. on Semiconductor Manufacturing, 2001, 14 (1): 76-78.
- [2] Samuel L, Dreyer, George Smith. Innovations in Military Spares Analysis [A]. Proceedings Annual Reliability and Maintainability Symposium [C]. 1995: 397-401.
- [3] 李金国, 丁红兵. 备件需求量计算模型分析 [J]. 电子产品可靠性与环境试验, 2000, (3): 11-14.
- [4] 周江华, 肖刚, 苗育红. 战略储备系统备件最优储备量计算的解析方法 [J]. 航空学报, 2002, 23 (4): 334-337.
- [5] 赵宇, 伏洪勇, 张坚, 等. 航空电子设备备件需求量分析 [J]. 系统工程与电子技术, 2002, 24 (3): 1-3.
- [6] Linton D G, Khajenoori S, Yi Y, et al. A Fast Algorithm for Repair-Depot Reliability-Evaluation [J]. IEEE Trans. on Reliability, 1996, 45 (3): 429-432.
- [7] Dinesh Kumar U, Knezevic J. Availability Based Spare Optimization Using Renewal Process [J]. Reliability Engineering and System Safety, 1998, (59): 217-223.
- [8] 刁在筠, 郑汉鼎, 刘家壮, 等. 运筹学 (第二版) [M]. 北京: 高等教育出版社, 2001.



信息与动态

欧洲市场要求包装上须印有回收标志

由于环保意识高涨，对于输欧的玩具外包装及内盒所使用的材料的限制将逐渐严格，欧洲市场开始要求在包装盒上印制“回收标志”，以便消费者处理。欧洲市场除了已对玩具安全的标识 CE 予以严格执行外，对于影响环保的产品的包装材料，尤其是塑料材料亦开始积极管理，并进一步要求在包装上印有“回收标志”（环保标志）。例

如：在内盒及外箱上必须印上“纸类回收标志”；内盒及外箱上不能用 U 型钉装订，必须采用胶糊；封口胶带要用无蜡制品，或无胶质类之牛皮纸，或胶带，供货商并要与欧洲公司签订“废弃物收费回收契约”，以便确认废弃包装之流向。

(本刊讯)