

動態橋樑安全性之探討

潘南飛¹、康來詠²、謝承翰³

¹國立高雄應用科技大學土木系 助理教授

²國立屏東商業技術學院不動產經營管理系 助理教授

³國立高雄應用科技大學土木系 大學部學生

摘要

國內大多數之橋樑由於長期暴露於天然環境與龐大交通承載量下，造成橋樑損壞而須進行養護或翻修的頻率極高。橋樑在不同的時間點之損壞率是難以預測與評估，因此能否準確地預測橋樑的安全性或損壞率，是項極為重要的工作，因為惟有如此才能夠提供擬定在橋樑生命週期中各時期橋樑養（修）護的決策依據。本文運用馬可夫模式來分析橋樑及各構件在各種不同時間點的損壞率，並以一案例來說明分析的流程及驗證模式的有效性與合理性。

關鍵詞：失誤樹分析、橋樑安全性、不堪用率、馬可夫模式

壹、前言

台灣地區地形多山及河川，因此無論在市區或者山區，需要興建大量的橋樑以聯絡交通。由於交通量龐大及環境變化劇大，造成橋樑損壞而須進行養護或翻修的頻率極高。然而，橋樑各結構元件在不同的時間點之不堪用率或失誤率往往是難以正確地預測與評估。

失誤樹分析 (Fault Tree Analysis, FTA)，是一種廣泛使用且公認可針對所不希望發生的結果與其因子間關係，同時進行定性與定量分析的技術。失誤 (Fault) 定義為一個系統或構件發生了不符期望的異常結果，然此結果卻不致使該系統或構件完全喪失其功能[1]。FTA 是一種演繹性邏輯的樹狀圖分析法，可用於追尋事件（不欲發生的結果）發生的真正原因與探討各因子間之關係外，並可評量失誤事件的發生機率與各因子的重要度。

國內有關橋樑損壞之評估預測與維修養護之相關研究中，有郭拱源等人曾針對天然災害對橋樑發生裂縫、剝落、鋼筋腐蝕的關係進行探討[2]；施邦築等人針對土石流對於橋樑危害的情形進行調查與研究[3]；張荻薇探討 1995 年日本阪神大地震橋樑震害診斷與處理對策[4]；張國鎮等人以 921 受損橋樑統計結果為基礎，利用類神經網路訓練一模式，用以預測橋樑震害[5]。FTA 在國內經過多年的發展與推廣，已經在許多領域有所應用，例如，高振山等人應用失誤樹來分

析壓克力樹脂聚合反應器失控之原因[6]；姚嘉文等人針對各種風險評估方法，來探討適合於半導體製程危害分析方法[7]；李樹華等人應用失誤樹來分析化工製程的危害[8]。FTA 在營造業的應用，則有潘南飛等人應用於橋樑支撐之安全評估[9]。

貳、失誤樹分析的程序

FTA 的觀念與用法和特性要因圖相似，故又稱為可靠度的特性要因圖。FTA 是以邏輯推理與樹狀圖解的方式，逐層逐次地分析造成系統或構件失誤發生之原因，並評量各因子的發生機率與排序其重要性，以作為改善之評量指標與管制的優先順序。若各事件（因子）發生失誤的機率，可以由過去的歷史資料或以模式（如機率分配函數）分析而得知，則可用以評量整體失誤事件（結果）的發生機率或風險值。FTA 分析的步驟有以下四項：

1. 選擇欲分析的事件與探討因果關係

失誤樹分析的應用，首先須選擇一不希望發生之結果，作為頂端事件（Top Event）來進行探討，此步驟與特性要因圖的做法及目的相類似。頂端事件需清楚地描述發生的事件，發生的地點或環境，以及發生的時間點。

2. 繪製失誤樹

首先由頂端事件所繫之最主要要因及各次要因作為樹枝，繼以邏輯符號結合成樹狀圖，並將一個或兩個以上的促成因素以邏輯閘（Logic gate）建構而成。失誤樹最常使用的邏輯閘有 AND（且）gate 及 OR（或）gate。AND gate 表示當所有的影響因素均須同時存在，其上的事件方可發生的情形；若當只要有某一個因素即可促使其上的事件發生，則使用 OR gate。樹枝末端的事件稱為基本（元）事件，為無法再細分的事件單元，係為邏輯上的獨立事件。

3. 定性與定量分析

失誤樹的定性分析，主要為決定有那些會促使頂上事件發生的基本事件與其組合，以提供分析者注意及避免頂端事件的發生。定性分析係應用布林代數（Boolean Algebra）來判定致使頂端事件發生的最小切集合（Minimal Cut Set），以作為重要度分析之基礎[10]。最小切集合為造成頂端事件之最小基本事件的集合，具有當最小切集合處於失誤狀態時，則最後結果亦會處於失誤狀態的特性。因此，最小切集合分析的主要目的，在於找出可導致頂端事件發生所需之最少基本事件的組合，用以防制頂端事件的發生。

失誤樹的定量分析為計算基本事件、組合事件與頂端事件的發生機率，以及排序各事件之重要度[11]。組合事件之機率須依 AND gate、OR gate 及 NEG gate 的邏輯運算加以求得。

4. 失誤的矯正與改善

經 FTA 定性或定量分析後，則可依事件重要度之排序，作為改善失誤之決策依據。如此反覆進行改善，直到達到既定的目標為止。此循環程序乃基於頂端事件之失誤率，是由一連串的事件所造成，故減少任一事件的發生機率，將可降低頂端事件發生失誤的機率。

參、分析方法

本文所提出的分析方法，係依據系統現階段或已知的事件失誤率，結合連續馬可夫模式，用以分析系統在各時間點不堪用率（unavailability）之變化。連續馬可夫模式是根據現階段各基元事件已知的失誤率以及維修率，用以各事件預測及整個系統在不同的時間點發生失誤的機率大小。某事件之失誤率 λ ，定義為該基元事件在單位時間中的失誤機率，可以平均失誤時間（mean time to failure, MTTF）的倒數來求得[12]。某事件之維修率（repair rate） μ ，為該事件在單位時間中的維修頻（機）率，係為平均修護時間（mean time to repair, MTTR）的倒數[12]，即

$$\mu = \frac{1}{MTTR} \quad (1)$$

其中， μ 為維修率。

由式（1）得知：失誤率和維修率的單位均為時間的倒數，如 1 次/年，1 次/月等。因此，可知系統中各構件維修率愈高，則損壞的機率愈低，故系統的使用壽命愈長，亦即可靠度（reliability）愈高，但是所花費的維修成本愈高。

不堪用率係指故障(失誤)的事件在時間 t 的機率。不堪用率和失誤率最大的不同在於：不堪用率是指系統會停留在失誤、故障的狀態下之發生機率，而失誤率是指系統由正常可用的狀態轉移到故障失誤的狀態之機率。考慮圖 1 的基元事件，其失誤率為 λ ，維修率為 μ 。圖 1 的基元事件具有兩個狀態：狀態 0 表為正常可用的狀態；狀態 1 表為失誤狀態。

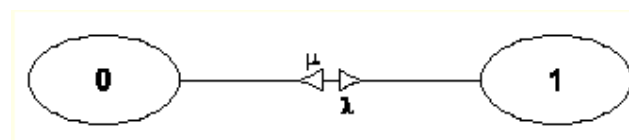


圖 1 失誤率為 λ ，維修率為 μ 的基元事件

基元事件在 t 時間為正常時，在 $(t+dt)$ 亦為正常之機率為 $1-\lambda dt$ ，故障之機率為 λdt 。在 t 時間處於故障狀態時，則在 $(t+dt)$ 修理完成恢復正常之機率為 μdt ，而修理未完成之機率為 $1-\mu dt$ 。因此，馬可夫鏈的轉移矩陣可表為[12]：

$$P = \begin{matrix} & \begin{matrix} \text{正常} & \text{故障} \end{matrix} \\ \begin{matrix} \text{正常} \\ \text{故障} \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1-\lambda dt & \lambda dt \\ \mu dt & 1-\mu dt \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (2)$$

設基元事件在 t 時為正常之機率 $G(t)$ ，外在故障狀態之機率為 $Q_1(t) (=1-G(t))$ ，在 $(t+dt)$ 為正常之機率 $G(t+dt)$ 及故障狀態之機率 $Q(t+dt)$ ，因此可以式（4）表示：

$$\begin{bmatrix} G(t+dt) \\ Q(t+dt) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G(t) & Q(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1-\lambda dt & \lambda dt \\ \mu dt & 1-\mu dt \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中，

$$G(t+dt) = G(t)(1-\lambda dt) + Q(t)(\mu dt) \quad (4)$$

$$Q(t+dt) = G(t)(\lambda dt) + Q(t)(1-\mu dt) \quad (5)$$

以上是將轉移矩陣改寫成聯立方程式之型式來表示，將之微分可得：

$$\frac{dP(t)}{dt} = \frac{P(t+dt) - P(t)}{dt} \quad (6)$$

由上式可推導出過渡狀態(transient state)時的方程式，亦即

$$\begin{aligned} \frac{dG(t)}{dt} &= \frac{G(t)(1-\lambda dt) + Q(t)(\mu dt) - G(t)}{dt} \\ &= \frac{-G(t)\lambda dt + Q(t)(\mu dt)}{dt} \\ &= -G(t)\lambda + Q(t)\mu \end{aligned} \quad (7)$$

相同地，可推得在故障狀態下的機率如下：

$$\begin{aligned}\frac{dQ(t)}{dt} &= \frac{G(t)(\lambda dt) + Q(t)(1 - \mu dt) - Q(t)}{dt} \\ &= \frac{G(t)\lambda dt - Q(t)(\mu dt)}{dt} \\ &= G(t)\lambda - Q(t)\mu\end{aligned}\quad (8)$$

應用了初始情況 $G(0)=1$ 及 $Q(0)=0$ 的特性，並對上式積分後，可得出下式：

$$Q(t) = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \left(1 - e^{-(\lambda + \mu)t}\right) \quad (9)$$

其中， $Q(t)$ = 基元事件在時間 t 的不堪用率。當時間 t 趨近於無窮大時，式 (9) 可轉換為：

$$Q(\infty) = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \quad (10)$$

上式表示當時間 t 趨近於某一階段時，其不堪用率會趨近於某一穩定值，且修護率愈高時，不堪用率愈低。當基元事件的維修率 $\mu=0$ 時，式 (9) 可改寫為：

$$Q(t) = 1 - e^{-\lambda t} \quad (11)$$

由上式可知當維修率 $\mu=0$ 時，不堪用率可以指數分配加以分析。當時間 t 趨近於無窮大時，則不堪用率為：

$$Q(\infty) = 1 \quad (12)$$

上式表示系統若在完全無修護下，則可確定系統必將發生損壞（因為發生機率為 1）。

在求出基元事件的不堪用率之後，便可求得各切集合的不堪用率，其評量式如下：

$$Q_{cut} = \prod_{i=1}^n Q_i \quad (13)$$

其中， Q_i = 切集合中的基元事件 j 之不堪用率， Q_{cutj} = 切集合中之不堪用率。

在求出切集合的不堪用率後，可據以求得整個系統（即頂上事件）的不堪用率，其分析式如下：

$$Q_{sys} = \prod_{i=1}^m Q_i \left[1 - \prod_{j=1}^n (1 - Q_{cutj}) \right] \quad (14)$$

其中： Q_i 為共同事件 i 之不堪用率， m 為共同事件的數目， Q_{cutj} 為切集合 j 之不堪用率， n 為切集合的數目， Q_{sys} 為系統的不堪用率。

肆、案例說明與探討

本文以混凝土造橋樑之損壞作為案例，運用前述分析模式加以探討。橋樑主要可分為上部結構（包含主樑、隔樑、橋面版），橋墩（包含基礎、帽樑、以及軀體），橋台（包含基礎、樑座、擋土牆及軀體）三大部分。基於上部結構、橋墩與橋台三者之中的任一項發生損壞，即可造成橋樑損壞事故的發生，因此以 OR gate 分析。由於主樑（B1）、隔樑（B2）及橋面版（B3）三者之任一者的存在，皆可造成上部結構損壞，故亦以 OR gate 來分析。據此所繪製的橋樑損壞失誤樹圖，如圖 2 所示。

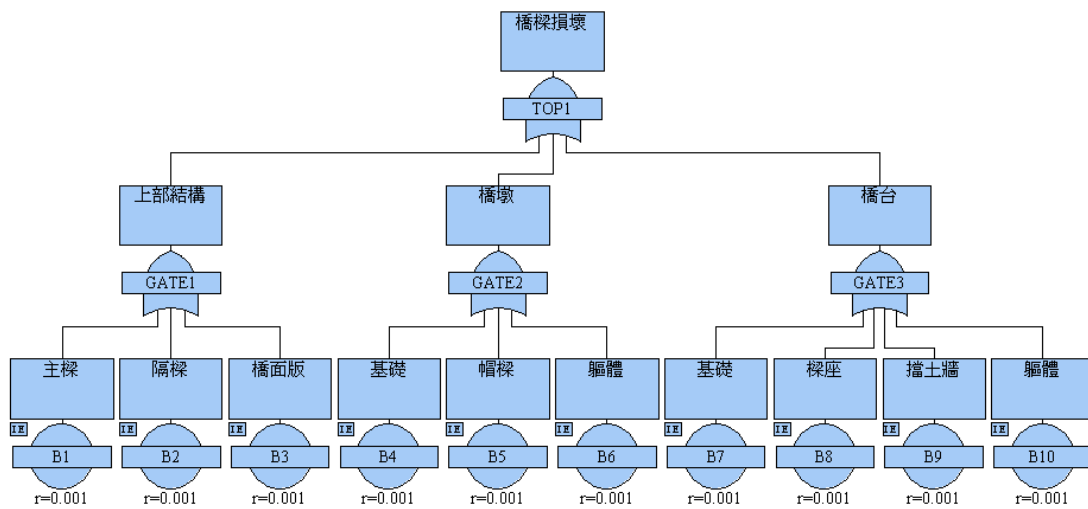


圖 2 橋樑結構發生損壞的失誤樹圖

將圖 2 的失誤樹圖以布林代數法，所求得其最小切集合的結果如下：

$$\text{最小切集合} = B1 + B2 + B3 + B4 + B5 + B6 + B7 + B8 + B9 + B10 \quad (15)$$

上式的結果，係因均使用 OR gate，故最小切集合即是所有基元事件的組合。假設基元事件的失誤率均為 10^{-4} ，維修率 μ 分別為 0、0.1、0.5、0.9，可預測未來時間十年內此橋樑之不堪用率，分析結果如表 1 以及圖 3 所示。

表 1 在失誤率為 10^{-4} 與維修率為 0,0.1,0.5 及 0.9 下之系統不堪用率的計算結果

時間 (年)	維修率			
	$\mu=0.0$	$\mu=0.1$	$\mu=0.5$	$\mu=0.9$
1	0.00100	0.00095	0.00079	0.00066
2	0.00200	0.00181	0.00126	0.00093
3	0.00300	0.00259	0.00155	0.00104
4	0.00399	0.00329	0.00173	0.00108
5	0.00499	0.00393	0.00183	0.00110
6	0.00598	0.00450	0.00190	0.00111
7	0.00698	0.00502	0.00194	0.00111
8	0.00797	0.00549	0.00196	0.00111
9	0.00896	0.00592	0.00198	0.00111
10	0.00995	0.00630	0.00198	0.00111

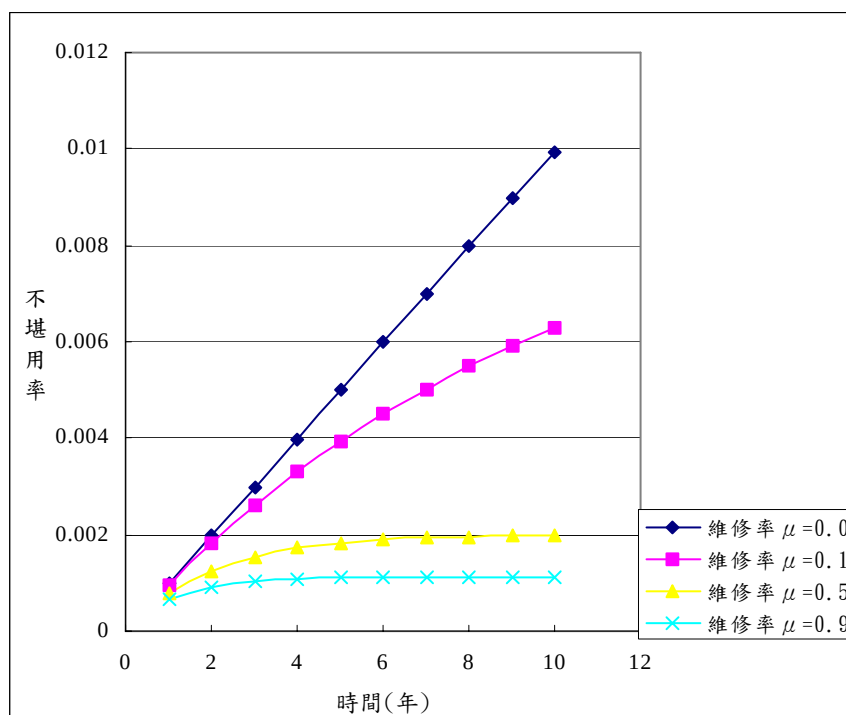


圖 3 在四種不同維修率 (0,0.1,0.5,0.9) 下系統不堪用率分析結果之比較

各基元事件 (即主樑、隔樑等基本構件) 的分析結果如表 2 及圖 4 所示。

表 2 維修率為 0,0.1,0.5 與 0.9 下之基元事件不堪用率的計算結果

時間 (年)	維修率			
	$\mu=0.0$	$\mu=0.1$	$\mu=0.5$	$\mu=0.9$
1	0.0001000	0.0000952	0.0000787	0.0000659
2	0.0002000	0.0001813	0.0001264	0.0000927
3	0.0003000	0.0002591	0.0001554	0.0001036
4	0.0003999	0.0003296	0.0001729	0.0001081
5	0.0004999	0.0003934	0.0001836	0.0001099
6	0.0005998	0.0004511	0.0001900	0.0001106
7	0.0006998	0.0005033	0.0001939	0.0001109
8	0.0007997	0.0005505	0.0001963	0.0001110
9	0.0008996	0.0005932	0.0001977	0.0001111
10	0.0009995	0.0006319	0.0001986	0.0001111

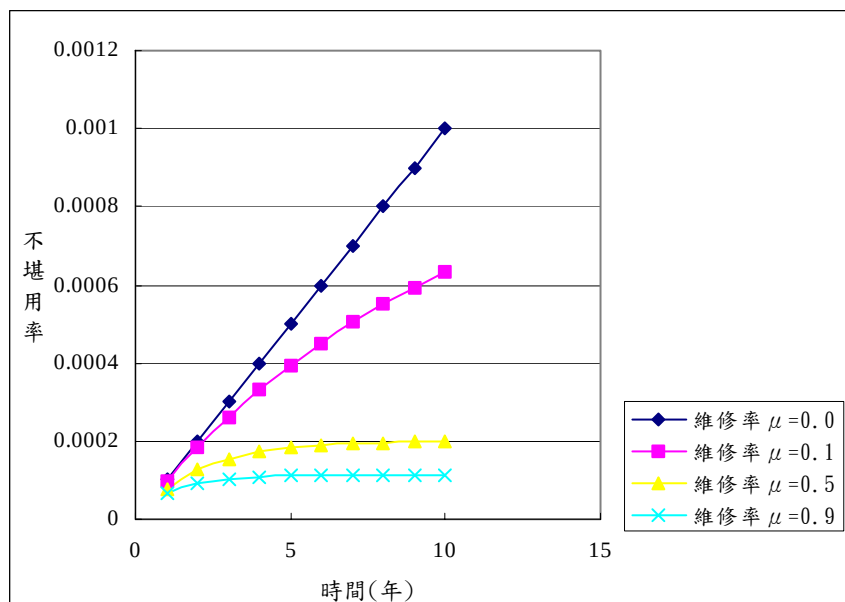


圖 4 維修率為 0,0.1,0.5 與 0.9 下各基元事件不堪用率之比較

由表 1 及表 2 可得知：當維修率很低時 ($\mu=0$ 與 $\mu=0.1$)，則系統的不堪用率將會隨著時間而劇增，表示系統損壞的機率很高。在有維修的情況下，系統的

不堪用率雖然也會隨著時間而增加，但不堪用率明顯地要比沒有維修下的要低很多，可見得維修養護之重要。

以 $\mu=0.1$ 及時間 $t=1$ 為例，由式 (9) 所求出各基元事件不堪用率的結果如下所示：

$$Q(1) = \frac{0.001}{0.001+0.1} \left(1 - e^{-(0.001+0.1)}\right) = 9.516 \times 10^{-5} \quad (16)$$

利用式 (14) 可求出頂上事件的不堪用率為：

$$\begin{aligned} Q_{\text{sys}}(1) &= 1 - \left(1 - 9.516 \times 10^{-5}\right) \left(1 - 9.516 \times 10^{-5}\right) \dots \left(1 - 9.516 \times 10^{-5}\right) \\ &= 1 - \left(1 - 9.516 \times 10^{-5}\right)^{10} = 9.512 \times 10^{-4} \end{aligned} \quad (17)$$

當時間趨近於無窮大時，系統以及各基元事件達到穩定狀態，其不堪用率將趨近於一定值。在長期而穩定下不堪用率的計算如下：

$$Q(\infty) = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} = \frac{0.001}{0.001 + 0.1} = 9.99 \times 10^{-4} \quad (18)$$

因此，可得知整個系統的不堪用率為：

$$\begin{aligned} Q_{\text{sys}}(\infty) &= 1 - \left(1 - 9.99 \times 10^{-4}\right) \left(1 - 9.99 \times 10^{-4}\right) \dots \left(1 - 9.99 \times 10^{-4}\right) \\ &= 1 - \left(1 - 9.99 \times 10^{-4}\right)^{10} = 0.00999 \end{aligned} \quad (19)$$

上式結果，表示當時間趨近於無窮大或很長時，則系統的不堪用率將會趨近於一定值。

伍、結論

失誤樹分析為一種已被國內外工安界證明可有效地用於事故發生要因之鑑別，並可同時進行肇因之定性與定量分析的技術，然而只能當現階段各單元失誤率或不堪用率為已知下的系統可靠度與安全性。本研究所提出的分析方法，除了可分析現階段的橋樑損壞情況外，亦可分析未來不同時間點的橋樑損壞機率，故可用於協助工程師有效地評估結構體的安全性與可靠度。

陸、參考文獻

1. Haasl, D.F., Roberts, N.H., Vesely, W.E. and Goldberg, F.F., "Fault Tree Handbook," *U.S. Nuclear Regulatory Commissions*, Washington, D.C., U.S. Department of Commerce, National Technical Information Service, (1981).
2. 郭拱源、張國鎮,「橋樑一般損壞與天然災害」, 土木技術, 第 1 卷, 第 2 期, 第 67~78 頁 (1998)。
3. 施邦築、宋裕祺、李有豐、陳怡智,「土石流溪流橋樑規劃設計之考量」, 土木技術, 第 2 卷, 第 11 期, 第 84~102 頁 (1999)。
4. 張荻薇,「災後橋樑之震害診斷與處理對策」, 土木技術, 第 3 卷, 第 7 期, 第 54~72 頁 (2000)。
5. 張國鎮、張荻薇、宋裕祺、劉光晏、蔡孟豪、李子剛,「公路橋樑編碼及類神經網路橋樑震害預測系統簡介」, 土木技術, 第 4 卷, 第 3 期, 第 82~94 頁 (2001)。
6. 高振山、胡冠華,「反應製程安全分析與本質較安全改善策略探討—以壓克力反應製程為例」, 化工技術, 第 10 卷, 第 1 期, 第 98~111 頁 (2002)。
7. 姚嘉文、陳俊瑜,「半導體製程危害分析方法之探討」, 化工技術, 第 10 卷, 第 1 期, 第 155~166 頁 (2002)。
8. 李樹華、張珏庭,「化工製程危害分析」, 化工技術, 第 4 卷, 第 1 期, 第 92~109 頁 (1996)。
9. 潘南飛、林利國、陳福民,「電腦輔助失誤樹於橋樑傳統支撐安全管理之應用」, 電子計算機於土木水利工程運用研討會, 台北 (2003)。
10. Fussell, J. B. and Vesely, W.E., "A new methodology for obtaining cut sets", *American Nuclear Society Transactions*, Vol. 15, No. 1, pp. 262-263 (1972).
11. Lee, W.S., Grosh, D.L., Tillman, F.A. and Lie, C.H., "Fault tree analysis, methods, and applications - a review," *IEEE Transactions on Reliability*, R-34, No. 3, pp. 194-203 (1985).
12. 陳耀茂,「可靠性方法與應用」, 雙葉書廊, 台北, 1998。