粒子群算法在机械零部件可靠性优化设计的应用

Application of Particle Swarm Optimization in Design of Reliability of Mechanical Parts and Assemblies

田萍芳[1]　王从军[2]

(武汉科技大学[1],武汉　430070 华中科技大学[2],武汉　430074)

摘　要　粒子群算法(Particle Swarm Optimization)是一种新出现的群智能(Swarm Intelligence)优化方法。本文所介绍将其应用于机械可靠性优化设计,建立基于粒子群算法的机械零部件可靠性优化设计的数学模型,并与遗传算法作了对比试验。结果表明,粒子群算法可以快速、有效求得优化解,是求解机械可靠性优化设计问题的一个较好方案。

关键词　粒子群算法　机械零部件　可靠性　优化设计

Abstract　Particle Swarm Optimization (PSO) is a newly appeared method for Swarm Intelligence optimization. PSO was used by author for optimization design of reliability of mechanical parts and assemblies, and establishment of its mathematical model. In addition, inter-comparison between PSO and generic algorithm (GA) is taken. The results of experiments show that the optimal solution can be quickly and effectively reached with PSO, thus PSO is proven to be an effective method for optimization design of reliability of mechanical parts and assemblies.

Keywords　Particle swarm optimization　Mechanical parts and assemblies　Reliability　Optimization design

0　引言

优化与可靠性技术在机械工程中的应用已深入到了结构设计、强度与寿命分析、选材和失效分析等各项技术中。采用传统的优化算法对机械零部件进行可靠性优化设计,国内外学者已作了很多研究[1~3]。但由于传统的优化算法存在着局部最优现象,使得优化结果很难达到全局最优解。为解决这个问题,先后出现了一般启发式算法及遗传算法、禁忌搜索和模拟退火等智能化启发式算法,并取得了一些较好的效果[4]。粒子群算法(PSO, particle swarm optimization)[5]是最近出现的一种模拟鸟群飞行的仿生算法,有着个体数目少、计算简单、鲁棒性好等优点,在各类多维连续空间优化问题上均取得非常好的效果。本文将通过对粒子群算法特点的分析,建立基于粒子群算法的机械零部件可靠性优化设计模型。

1　粒子群算法

粒子群算法由 Kennedy 和 Eberhart 在 1995 年提出,该算法模拟鸟集群飞行觅食的行为,通过鸟之间的集体协作使群体达到最优目的。在 PSO 系统中,每个备选解被称为一个"粒子"(particle),多个粒子共存、合作寻优,每个粒子根据它自身的"经验"和粒子群的最佳"经验"在问题空间中向更好的位置"飞行",搜索最优解。PSO 算法数学表示如下[5]:

设搜索空间为 D 维,总粒子数为 n。向量 $X_i=(x_{i1},x_{i2},\cdots,x_{iD})$ 为第 i 个粒子位置;$P_i=(p_{i1},p_{i2},\cdots,p_{iD})$ 为第 i 个粒子"飞行"历史中的最优位置(即该位置对应解最优),其中第 g 个粒子的历史最优位置 P_g 为所有 $P_i(i=1,\cdots,n)$ 中的最优;向量 $V_i=(v_{i1},v_{i2},\cdots,v_{iD})$ 为第 i 个粒子的位置变化率(速度)。每个粒子的位置接如下公式进行变化("飞行"):

$$\begin{aligned} v_{id}(t+1) &= w\times v_{id}(t)+ \\ &\quad c_1\times rand()\times[p_{id}(t)-x_{id}(t)]+ \\ &\quad c_2\times rand()\times[p_{gd}(t)-x_{id}(t)] \end{aligned} \tag{1}$$

$$x_{id}(t+1)=x_{id}(t)+v_{id}(t+1)$$
$$1\leqslant i\leqslant n,1\leqslant d\leqslant D \tag{2}$$

式中:c_1、c_2 为正常数,称为加速因子;$rand()$ 为 $[0,1]$ 之间的随机数;w 称惯性因子,w 较大时,适于对解空间进行大范围探查(exploration),w 较小时,适于进行小范围开挖(exploitation)。第 $d(1\leqslant d\leqslant D)$ 维的位置变化范围为 $[-X_{\mathrm{MAXd}},X_{\mathrm{MAXd}}]$,速度变化范围为 $[-V_{\mathrm{MAXd}},V_{\mathrm{MAXd}}]$,迭代中若位置和速度超过边界范围,则取边界值。Maurice Clerc 对上述参数进行了分析,给出了 PSO 算法收敛的参数条件[5]。

粒子群初始位置和速度随机产生,然后按式(1)(2)进行迭式,直至找到满意的解。在常用的粒子群算法中,将全体粒子群(global)分成若干个有部分粒子重叠的相邻子群(local),每个粒子根据子群的历史最优

P_1 调整速度和位置，即式(1)中 P_{gd} 换为 P_{ld}。PSO 算法可用伪代码表示如下：

```
初始化粒子群；
Do
  For 每个粒子
    计算其适应度；
    If(适应度优于粒子历史最佳值)
      用 Xi 更新历史个体最佳 Pi；
  End
  选取当前粒子群(或子群)中最佳粒子；
  If(当前最佳粒子优于群历史最佳粒子)
      用当前群最佳粒子更新 Pg(or Pl)；
  For 每个粒子
     按式(1)更新粒子速度；
     按式(2)更新粒子位置；
  End
While 最大迭代数或最小误差未达到。
```

近几年的研究和实践表明，PSO 在多维空间多峰问题寻优、动态目标寻优方面有着速度快、解质量高、鲁棒性好等优点[6]。

2　机械零部件的可靠性优化设计

2.1　数学模型

在机械零部件的可靠性优化设计中，根据其内容和零部件的重要程度等，主要两种建模方案。

2.1.1　模型(1)

以可靠度最大为目标的可靠性优化设计：对于关键零部件，应以可靠度最大建立目标函数，以某些功能参数和经济指标作为约束条件。即要求在保证某些功能指标和经济指标的条件下，求得有最大可靠度的设计方案。其数学模型可表示为：

$$\left.\begin{array}{l}\max \quad R(X) \\ s.t.\, h(X) \leqslant C_0 \\ \quad g_u(X) \leqslant 0 \qquad u=1,2,\cdots,m\end{array}\right\} \tag{3}$$

2.1.2　模型(2)

以可靠度为约束条件的可靠性优化设计：对于一般的机械零部件，可以可靠度和某些设计指标如功能参数等为约束，以另一些指标如成本、体积及质量等为目标，建立可靠性优化设计的数学模型并求其最优解。即要求在保证可靠性指标的条件下，求得成本最低或结构尺寸、质量最小的设计方案。其数学模型可表示为：

$$\left.\begin{array}{l}\min \quad f(X) \\ s.t.\, R(X) \geqslant R_0 \\ \quad g_u(X) 0 \geqslant \qquad u=1,2,\cdots,m\end{array}\right\} \tag{4}$$

式中：$R(X)$ 为零部件的实际可靠度；R_0 为零部件的预定可靠度；$h(X)$ 为零部件费用函数或其它功能函数；C_0 为零部件的预定成本。

2.2　适应度函数的构造

由机械零部件的可靠性优化设计的数学模型可知，它是一极大(或极小)值计算问题，若直接用 R(X)(或 F(X))作为适应度函数，可能不满足适应度函数为非负的要求，对于模型(1)，可采用下界构造法进行转化：

$$\mathrm{Fit}(R(X)) = R(X) + |C_{\min}| \tag{5}$$

式中：$C_{\min} = \min(R(X))$，或 $C_{\min}$ 为事先估计使适值为正的值。

对于模型(2)，可采用上界构造法进行转化：

$$\mathrm{Fit}(F(X)) = C_{\max} - F(X) \tag{6}$$

式中：$C_{\max} = \max(F(X))$，或 $C_{\max}$ 为事先估计使适值为正的值。

3　仿真实例与分析

设计一内燃机气门弹簧的结构尺寸[3]。设各参数均服从正态分布；弹簧采用材料为 50CrVA，抗剪弹性模量 $(G,\sigma_G) = (85000,1600)$ MPa；承受交变载荷作用；当循环次数 $N \geqslant 10^6$ 时，其抗剪疲劳强度为 $([\tau],\sigma_\tau) = (400,70)$ MPa；弹簧在最大载荷作用下变形量为 $(y,\sigma_y) = (11.6,0.2)$ mm。

3.1　确定设计变量

气门弹簧主要是确定 3 个结构参数：即弹簧钢丝直径 d，弹簧中经 D 和工作圈数 n。因此取设计变量为：

$$X = (d,D,n)^T = (x_1,x_2,x_3)^T \tag{7}$$

3.2　建立目标函数

以模型(2)中可靠性指数 Z 的倒数最小为目标函数：

$$\min f(x) = \min\left(\frac{1}{z}\right) = \frac{\sqrt{\delta_C^2 + \delta_S^2}}{C - S} \tag{8}$$

式中：$[C,\sigma_C] = [\tau,\sigma_\tau] = (400,70)$ MPa；S 为弹簧工作时的最大剪应力，$S = \dfrac{KdGy}{\pi D^2 n}$；$G$ 为剪切弹性模量；y 为最大变形量；K 为曲度系数，$K = 1.66\left(\dfrac{d}{D}\right)^{0.16}$。

将计算所得的应力均值 $\bar{S}$ 和标准离差 $\bar{\delta}_S$ 代入式(8)，并经合并整理可得：

$$\min f(x) = \frac{\sqrt{[(70x_3x_2^{2.16})^2 + (17319.46x_1^{1.16})^2]}}{400x_3x_2^{2.16} - 520997x_1^{1.16}} \tag{9}$$

3.3　约束条件

弹簧钢丝直径的取值范围一般为 $3 \leqslant d \leqslant 7$：

$$g_1(X) = 3 - x_1 \leqslant 0,$$

$$g_2(X) = x_1 - 7 \leqslant 0,$$

旋绕比 D/d 的取值范围为 $6 \leqslant D/d \leqslant 8$：

$$g_3(X) = 6 - \frac{x_2}{x_1} \leqslant 0,$$

$$g_4(X) = \frac{x_2}{x_1} - 7 \leqslant 0,$$

弹簧工作圈数的取值范围为 $4 \leqslant n \leqslant 10$：

$$g_5(X) = 4 - x_3 \leqslant 0,$$

$$g_6(X) = x_3 - 10 \leqslant 0,$$

根据压缩弹簧两端的固定条件：

$$g_7(X) = 0.5x_3 + 1.5\frac{x_1}{x_2} - 5.3 \leqslant 0,$$

根据承受高速变载荷的弹簧不发生共振的要求：

$$g_8(X) = 200 - 3.56 \times 10^5 \frac{x_1}{x_3} x_2^2 \leqslant 0$$

表 1 为 PSO 算法所求的结果。满足可靠性指数 Z 的倒数最小的局部最优参数有四组。最后一组为全局最优。第一组是最易陷入的局部最优解。在实际应用中根据不同的需要，这四组均可使用。

表 1　PSO 可靠性设计优化结果

弹簧钢丝直径 d	弹簧中经 D	工作圈数 n	f(X)	可靠性指数 Z
3.668534	25.67819	9.903357	0.37908491	2.63793143
4.178121	29.24419	8.696036	0.37908632	2.63792293
5.293390	37.05120	6.863515	0.37908708	2.63791637
5.80730*	40.65056	6.255436	0.37908396	2.63793805

为便于比较结果，用 MatLab6.1 编写了机械零部件的可靠性优化设计的遗传算法(GA)、粒子群算法程序。并在同一 P4 1.7G 256MRAM Win2000 操作系统的计算机上运行。其中，GA 参数：群体规模 $n = 50$；交叉概率 $pc = 0.6$；变异概率 $pm = 0.2$；轮盘赌法选择子代，最大代数 200。PSO 参数：粒子数 $n = 50$；分为 5 个子群，子群规模为 12；$w = 0.729$；$c_1 = c_2 = 1.49445$；最大代数 200。两种方法各运行 50 次，比较结果。

表 2　GA、PSO 方法比较

方法	达到最优的次数	未达到最优的次数	达到最优的平均代数	达到最优的平均时间(s)
GA	34	16	73.6	36.2
PSO	48	2	33.6	3.8

实验结果表明，PSO 方法对该问题的搜索成功率为 96%，远远高于 GA 方法的 68%，而且达到最优路径的速度比 GA 方法提高近 10 倍左右。说明在该问题上使用 PSO 方法的效果远远优于 GA 方法。尽管一些文献给出的结果是可靠性指数 Z 比 PSO 方法大，但不完全满足约束条件，特别是对 $g_7(X)$、$g_8(X)$ 约束条件不满足。迭代中若位置和速度超过边界范围则取边界值。

使用 PSO 方法时，不同的子群数对搜索成功率和达到最优路径的平均代数有影响，一般采用 2～3 个子群数的效果最佳。子群之间重叠粒子个数对搜索成功率和达到最优路径的平均代数也有一定影响。重叠粒子个数过多易于导致局部收敛，而重叠粒子数太少则会使搜索成功的迭代次数和时间增加。

4　结束语

与 GA 等其他演化算法相比，PSO 方法最大的特点在于：

① 迭代运算中只涉及到初等运算，且运算量非常少；

② 每个个体(粒子)能直接获取子群历史经验和个体历史经验，比在其他方法中使用精英集(elitism)的方法更有效；

③ 整个粒子群被划分为几个子群，且子群之间有一定重叠，从而使收敛于局部最优解的几率大大减少。

正因为如此，PSO 应用于机械零部件可靠性优化设计取得了很好的效果，并且具有运算速度快、鲁棒性好、个体数目与寻优结果相关性小、所获得的解质量高等诸多优点。

参考文献

1　刘善维．机械零件的可靠性优化设计．中国科学技术出版社，1993

2　丁卫东．工程机械传动轴的可靠性优化设计．建筑机械，1995，(5)：19～22

3　刘杨松，李文方．机械设计的模糊方法．机械工业出版

4　令狐选霞，徐德民，等．混合式遗传算法在机械优化设计中的应用．机械设计，2001(3)

5　Eberhart，R. C. and Shi，Y. Particle Swarm Optimization：developments，applications and resources Proc. Congress on Evolutionary Computation 2001 Piscataway，IEEE Press，2001：81～86

6　Shi Y，Eberhart R C. A modified particle swarm optimizer. IEEE World Congress on Computational Intelligence，1998：69～73

7　F van den Bergh. An Analysis of Particle Swarm Optimizers. PhD thesis，Department of Computer Science，University of Pretoria，South Africa，2002

修改稿收到日期：2005－04－20。

第一作者田萍芳，女，1972 年生，硕士，武汉科技大学计算机专业讲师；主要研究方向为计算机网络、人工智能等。