



寿命型产品定数截尾 可靠性鉴定试验方案研究

李根成

摘 要: 相对于定时截尾可靠性鉴定试验方案来说, 寿命型产品定数截尾试验方案方面的研究较少。首先从理论上证明了, 寿命服从指数分布的产品, 无论对定数截尾试验中的故障产品是否用新产品替换, 其鉴定试验方案的设计公式完全相同。之后推导出了同时能满足检验上限、检验下限、生产方风险、使用方风险要求的定数截尾鉴定试验方案设计公式, 并用 GB 5080.7 中的数据验证了公式的正确性。给出了指数寿命型产品定数截尾试验中的接收概率公式, 并推论出了同一产品在不同试验方案的鉴定结果可能完全相反。最后建议, 应在鉴定试验前尽可能知晓产品的可靠性水平, 从而可有目的地选择或设计试验方案, 以求产品高概率通过鉴定试验。

关键词: 可靠性鉴定试验 定数截尾 生产方风险 使用方风险 最低可接受值 规定值

随着人们对武器装备功能和性能要求的不断提高, 装备组成日趋复杂, 可靠性问题日益突出。一些装备交付部队后由于可靠性不高, 不仅带来巨额后勤保障费用, 大大增加全寿命周期成本, 严重时会带来人员伤亡等不可挽回的损失。如前苏联的“联盟 11 号”宇宙飞船返回时, 因压力阀门提前打开造成了 3 名宇航员全部丧生。所以如何检验新研装备的可靠性是否满足指标要求, 一直是使用方和生产方关注的焦点。

可靠性鉴定试验是为了确定产品可靠性与设计要求的一致性, 由使用方用有代表性的产品在规定条件下所做的试验, 并以此作为批准设计定型的依据。它是检验新研装备是否达到研制要求的最常用也是最有效的手段, 是一种抽样检验。

由于抽样检验是通过检查样本的质量来判断整批产品的质量状况, 所以可能会犯以下两类错误: 将合格产品误判为不合格产品, 或者将不合格产品误判为合格产品。若把合格产品误判为不合格产品而加以拒收, 会使生产方受损失, 这类错误的概率

称为生产方风险, 用 α 表示; 若把不合格产品误判为合格产品而予以接收, 会使使用方受损失, 这类错误的概率称为使用方风险, 用 β 表示。

理想的抽样检验方案是要求 $\alpha = \beta = 0$, 但这样的试验方案不存在。因为要使 $\alpha = 0$, 即绝不可把合格产品误判为不合格产品, 这只要把任一产品都判为合格即可, 但这样 β 增大; 反之, 要使 $\beta = 0$, 就会导致 α 增大。因此实际工作中常常是生产方和使用方共同协商, 对于产品的某一被检验参数 ω (如寿命、可靠度、成功率等) 给出两个值: 检验下限 ω_1 和检验上限 ω_0 ($\omega_0 > \omega_1$)。当样本参数的平均值 $\bar{\omega} \geq \omega_0$ 时, 以大概率接收整批产品, 记 $L(\bar{\omega})$ 为接收概率, 即要求 $\bar{\omega} \geq \omega_0$ 时, $L(\bar{\omega}) \geq 1 - \alpha$; 当 $\bar{\omega} \leq \omega_1$ 时, 以小概率接收整批产品, 即要求 $\bar{\omega} \leq \omega_1$ 时, $L(\bar{\omega}) \leq \beta$ 。由以上条件就可确定抽样检验的试验方案^[1]。

一、可靠性鉴定试验的定数截尾试验方案设计公式

实践证明, 很多电子产品的寿命服从指数分

布。从理论上讲,由很多部分组成的复杂产品,不论这些组成部分的寿命是什么分布,只要产品的任一部分出故障后即予修复再投入使用,则在其全寿命期内产品寿命基本上服从指数分布(见参考文献[1])。因此国内外大多数标准(如GJB 899^[2], MIL-STD-781D, MIL-HDBK-781A)都只给出了指数分布型产品的试验方案。本文的研究也是基于这一假设而展开的。

按照试验结束方式,可靠性鉴定试验可分为定时截尾和定数截尾两类,前者是当进行到预定时间就结束试验,后者是直至出现了预定的第 r 个故障就结束试验。寿命型产品的可靠性鉴定试验通常采用定时截尾,因为定时截尾试验的最大优点是预先知道试验时间,这样对试验进度、费用等资源可预估并有计划地安排。所以国内大多数产品是按定时截尾进行鉴定试验的^[3],作者也曾对这类试验方案的设计及其风险进行过专题论述^[4, 5]。但是,定数截尾鉴定试验也有其优点,如与定时截尾相比,定数截尾方案具有可详细了解产品故障信息等优点。如航空系统某单位为了鉴定其系列型产品的可靠性,并为后续产品的研制提供故障改进信息,就采用了定数截尾可靠性鉴定试验方案。

1. 定数截尾可靠性鉴定试验方案设计公式

具体地说,定数截尾寿命试验是从一批产品中随机抽取 n 个样品,在事先规定的截尾故障数 r 下进行寿命试验,当产品进行到出现第 r 个故障时立即停止试验。同定时截尾试验一样,定数截尾也分为有替换和无替换两种。所谓有替换即指当检测到产品故障时,立即将故障产品退出并用新产品投入试验,以保持整个试验期间的受试产品数量不变;而无替换是指将故障产品退出试验后并不投入新产品,受试产品数量随着产品故障次数的增加而减少(见参考文献[1])。从下面的推导可以看出:当产品寿命服从指数分布时,无论是有替换还是无替换,其定数截尾鉴定试验方案的设计公式相同。

记 r 个故障的故障时间为 $X_1 \leq X_2 \leq \dots \leq X_r$ ($r \leq n$),由这些数据可求出平均寿命 θ 的极大似然估计值 $\hat{\theta} = T/r$ 其中 T 为所有受试产品的累计

有效试验时间。该型试验的判别准则是:当 $\hat{\theta} \geq C$ 时,认为产品合格,接收产品;当 $\hat{\theta} < C$ 时,认为产品不合格,拒收产品。其中, C 为合格判定寿命。定数截尾鉴定试验方案设计的关键是如何确定 r 和 C 。

假设产品寿命 X 服从参数为 θ (θ 为产品的平均寿命,对于可修复产品,平均寿命即为平均故障间隔时间MTBF)的指数分布,即 $X \sim \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta}$, $x \geq 0$, $\theta > 0$ 。在无替换定数截尾试验中,设 $Y_i = (n-i+1)(X_i - X_{i-1})$ (这里 $1 \leq i \leq r$,且 $X_0=0$),则 Y_i 相互独立且都服从参数为 θ 的指数分布。由于 $T = \sum_{i=1}^r X_i + (n-r)X_r = \sum_{i=1}^r Y_i$,并且 Y_i ($i=1, \dots, r$)相互独立且服从参数为 θ 的指数分布,所以统计量 $2T/\theta$ 服从自由度为 $2r$ 的 χ^2 分布,记为: $2T/\theta \sim \chi^2(2r)$ 。在有替换定数截尾试验中,设 $Y_i = n(X_i - X_{i-1})$ (这里 $1 \leq i \leq r$,且 $X_0=0$),则 Y_i 相互独立且都服从参数为 θ 的指数分布。由 $T = nX_r = \sum_{i=1}^r Y_i$,以及 Y_i ($i=1, \dots, r$)相互独立及其同分布性可知: $2T/\theta \sim \chi^2(2r)$ 同样成立。由方程组:

$$\begin{cases} L(\theta_0) = P(\hat{\theta} \geq C | \theta = \theta_0) = 1 - \alpha \\ L(\theta_1) = P(\hat{\theta} \geq C | \theta = \theta_1) = \beta \end{cases} \quad (1)$$

即可确定寿命型产品定数截尾鉴定试验方案。

$$\begin{aligned} \text{由: } P(\hat{\theta} \geq C | \theta = \theta_0) &= P\left(\frac{2r\hat{\theta}}{\theta} \geq \frac{2rC}{\theta} \mid \theta = \theta_0\right) \\ &= P\left(\frac{2T}{\theta} \geq \frac{2rC}{\theta_0}\right) = 1 - \alpha \end{aligned}$$

$$\text{及 } \frac{2T}{\theta} \sim \chi^2(2r)$$

$$\text{可知: } \frac{2rC}{\theta_0} = \chi_{1-\alpha}^2(2r).$$

其中: $\chi_{1-\alpha}^2(2r)$ 为上侧分位数,即:

$$P\{\chi^2(2r) \geq \chi_{1-\alpha}^2(2r)\} = 1 - \alpha$$

$$\begin{aligned} \text{由: } P(\hat{\theta} \geq C | \theta = \theta_1) &= P\left(\frac{2r\hat{\theta}}{\theta} \geq \frac{2rC}{\theta} \mid \theta = \theta_1\right) \\ &= P\left(\frac{2T}{\theta} \geq \frac{2rC}{\theta_1}\right) = \beta \end{aligned}$$

$$\text{及 } \frac{2T}{\theta} \sim \chi^2(2r), \text{ 可知: } \frac{2rC}{\theta_1} = \chi_{\beta}^2(2r).$$

所以由方程组(1)可推出以下方程:



$$\begin{cases} \frac{2rC}{\theta_0} = x_{1-\alpha}^2(2r) \\ \frac{2rC}{\theta_1} = x_{\beta}^2(2r) \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \frac{2rC}{\theta_0} = x_{1-\alpha}^2(2r) \\ \frac{2rC}{\theta_1} = x_{\beta}^2(2r) \end{cases} \quad (3)$$

$$\frac{\theta_0}{\theta_1} = \frac{x_{\beta}^2(2r)}{x_{1-\alpha}^2(2r)} \quad (4)$$

为描述方便, 记 $W(\alpha, \beta, r) = x_{\beta}^2(2r) / x_{1-\alpha}^2(2r)$ 。将 $\alpha, \beta, \theta_0, \theta_1$ 代入式(4)可求出 r 。由于 r 为整数, 故需对由式(4)求得值取整。将求得的整数 r 代入式(2)得 C_1 , 代入式(3)得 C_2 。由于整数 r 为式(4)的近似解, 所以 C_1 与 C_2 会略有不同。为了使生产方和使用方实际承担的风险尽可能与标称值接近, 取 $C = (C_1 + C_2) / 2$ 。将 C 和 r 代入式(2)和(3)可得, 生产方和使用方实际承担的风险 α' 和 β' 。

由于我们通常进行的可靠性鉴定试验基本上是定时截尾, 所以 GJB 899《可靠性鉴定和验收试验》中未给出寿命型产品定数截尾试验方案的推荐表 (见参考文献[2])。GB 5080.7《设备可靠性试验 恒定失效率假设下的失效率与平均无故障时间的验证试验方案》^[6]给出了10个定数截尾试验方案 (方案号从5:1到5:10)。下面就以其中的两个方案为例来验证公式(2)、(3)的正确性。

将GB 5080.7试验方案5:2中的 $\alpha = \beta = 10\%$ 和鉴别比 $d = \theta_0 / \theta_1 = 2$ 代入式(4), 用试算法可求出近似解 $r = 14$ 。将 r 代入式(2)、(3)可得 $rC = 9.4 \theta_0$ 。将 $r = 14$ 和 $rC = 9.4 \theta_0$ 代入式(2)、(3)得 $\alpha' = 9.6\%$ 、 $\beta' = 10.6\%$, 与GB 5080.7中表12的结果相同。GB 5080.7中的方案5:2和方案5:6的验算过程及结果见表1。

表1 定数截尾试验方案设计公式验算

方案号	方案参数			求合适的 r		求 rC	实际风险值	
	α	β	d				α'	β'
5:2	10%	10%	2	当 $r=13$ 时, $W(\alpha, \beta, r) = 2.0566$	求得 $r=14$	$9.4 \theta_0$	9.6%	10.6%
				当 $r=14$ 时, $W(\alpha, \beta, r) = 2.0020$				
				当 $r=15$ 时, $W(\alpha, \beta, r) = 1.9542$				
5:6	20%	20%	2	当 $r=5$ 时, $W(\alpha, \beta, r) = 2.7154$	求得 $r=6$	$3.9 \theta_0$	20.0%	21.0%
				当 $r=6$ 时, $W(\alpha, \beta, r) = 2.0253$				
				当 $r=7$ 时, $W(\alpha, \beta, r) = 1.9172$				

2. 定数截尾鉴定试验方案设计实例

GB 5080.7给出的试验方案较少, 且要求鉴

别比为1.25, 1.5, 2, 3, 5这5个数的其中之一 (见参考文献[6])。作者曾通过论述得出如下结论: 可靠性鉴定试验中的检验下限应取产品研制任务书中的最低可接受值; 检验上限应根据研制任务书中的规定值选取, 最好等于规定值; 即鉴定试验中的鉴别比最好等于规定值与最低可接受值的比 (见参考文献[4])。当产品可靠性规定值和最低可接受值的比与GB 5080.7中鉴别比的选项都不等, 或虽然相等但双方愿意承担的风险与GB 5080.7中提供的风险不同时, 不能直接套用GB 5080.7中的既定试验方案, 可利用式(2)、(3)自行设计试验方案。

如某型导弹控制系统研制任务书中规定的挂飞MTBF指标为: 规定值 = 170h, 最低可接受值 = 100h。试设计一定数截尾可靠性鉴定试验方案, 使 $\alpha = \beta = 20\%$, 且试验时间尽量短。

将该型产品当作寿命服从指数分布的产品, 取 θ_1 为最低可接受值, θ_0 等于规定值, 故鉴别比 $d = 1.70$ 。GB 5080.7中无直接可套用的试验方案, 因此需按式(2)、(3)制定试验方案。将 $\alpha = \beta = 0.2$, $d = 1.70$ 代入式(4)得不同允许故障数对应的 W 见表2:

表2 不同允许故障数对应的 $W(0.2, 0.2, r)$

r	9	10	11
$W(0.2, 0.2, r)$	1.7702	1.7174	1.6735

从表2可知式(4)的近似解 $r = 10$ 。将 $r = 10$ 代入式(2)得 $rC_1 = x_{0.2}^2(20) / 2 \times \theta_1 = 1251.9h$, 代入式(3)得 $rC_2 = x_{0.8}^2(20) / 2 \times \theta_0 = 1239.1h$; 取 $rC = (1239.1 + 1251.9) / 2 = 1245.5h$ 。将 $rC = 1245.5h$ 和 $r = 10$ 代入式(2)、(3)得, 试验中的实际风险为 $\alpha' = 20.4\%$, $\beta' = 20.5\%$ 。故试验方案可描述为: 当受试产品的累计有效故障数达到10时立即停止试验; 若所有受试产品的累计有效试验时间不小于1245.5h, 则认为产品达到了可靠性要求。

二、采用不同试验方案时的试验结果

设寿命服从指数分布的某产品研制合同中对

其MTBF要求如下：规定值 = 200h，最低可接受值 = 100h，并要求在设计定型阶段对该指标进行可靠性鉴定试验的使用方风险 $\beta = 20\%$ 。对应于 $\beta = 20\%$ 和 $\theta_1 = 100h$ ，选取不同的 θ_0 和 α ，由式(2)、(3)可设计出很多满足合同要求的试验方案。这里仅取 GB 5080.7 中的方案 5:5, 5:6, 5:7 来讨论。

设该产品的 MTBF 真值为 150h，则其在定数截尾试验方案中的接收概率为^[7]：

$$\begin{aligned} L(150) &= P(\hat{\theta} \geq C | \theta = 150) \\ &= P\left(\frac{2r\hat{\theta}}{\theta} \geq \frac{2rC}{\theta} | \theta = 150\right) \\ &= P\left(\frac{2T}{\theta} \geq \frac{2rC}{150}\right) = x_{\frac{2rC}{150}}^2(2r) \end{aligned} \quad (5)$$

将试验方案中的 rC 代入式(5)，并查 x^2 分布表，即可得出相应试验方案中的接收概率，见表3。

表3 产品在不同试验方案中的接收概率对比表

方 案 号	判决风险				鉴别 比 d	截尾故 障数 r	rC (h)	$L(150)^*$
	名义值		实际值					
	α	β	α'	β'				
5 : 5	20%	20%	18.0%	21.7%	1.5	18	2115	82.0%
5 : 6	20%	20%	20.0%	21.0%	2	6	780	58.1%
5 : 7	20%	20%	18.1%	18.8%	3	3	438	44.3%

注*：接收概率一栏中的值是查 GB 4086.2-1983《 x^2 分布分位数表》并通过线性插值得到的，是近似值，但并不影响以下的论述。

无论是从理论上还是物理意义上来说，产品通过鉴定试验的概率应由产品自身的质量特性决定，而不应随所选取或设计的鉴定试验方案的不同而差异很大。根据文献[4]中的论述，鉴别比 d 应尽量等于规定值(200h)与最低可接受值(100h)的比。在以上3个方案中，只有方案 5:6 的鉴别比符合要求。所以方案 5:6 应为合理方案，即 MTBF 真值为 150h 的产品通过鉴定试验的概率应约为 58.1%。

从表3可看出，产品在不同试验方案中的接收概率差别很大，由方案 5:5 中 82.0% 减少到方案 5:7 中的 44.3%。其差别显然是由鉴别比 d 的不同引起的。在方案 5:5 中，鉴别比小于规定值与最低可接受值的比。由于本方案中 $d\theta_1 = 1.5 \times 100h = 150h$ ，产品真值就是检验上限，故由抽

样特性(OC)曲线可知，在该方案中 $L(150) = L(\theta_0) = 1 - \alpha' = 1 - 18.0\% = 82.0\%$ 。在方案 5:6 中，鉴别比等于规定值与最低可接受值的比。由 OC 曲线的单调递增性可知，该方案中真值为 150h 的产品的接收概率应小于真值为 200h 的产品的接收概率，即 $L(150) < L(200) = L(\theta_0) = 1 - \alpha' = 1 - 20.0\% = 80.0\%$ 。事实也是如此，本方案中 $L(150) \approx 58.1\%$ 。在方案 5:7 中，鉴别比大于规定值与最低可接受值的比，由 OC 曲线可知， $L(150) < L(300) = L(\theta_0) = 1 - \alpha' = 1 - 18.1\% = 81.9\%$ 。由于产品真值远小于本方案中的检验上限(300h)，故由 OC 曲线可知，产品在本方案中的接收概率最小，由表3可知： $L(150) \approx 44.3\%$ 。

三、结束语

从以上论述可知，同一产品在不同试验方案中的接收概率差别很大。也即同一产品在不同鉴定试验中的鉴定结果可能完全相反，这主要是由于选用的鉴定试验方案参数与产品要求不一致导致的。通常我们在设计鉴定试验时过多地关注了最低可接受值和 β ，而不是全面考虑产品可靠性要求的规定值、最低可接受值 α 和 β 4 个试验方案参数来确定鉴定方案。如常常仅根据最低可接受值和 β ，再考虑所能承受的试验时间、经费、受试产品数量等资源约束来确定鉴定试验方案，这样会带来生产方在试验中实际承担的风险与预定的风险差别较大。在仅根据最低可接受值和 β 并考虑其他约束条件而确定的试验方案中，若鉴别比 d 小于产品规定值与最低可接受值的比，则生产方实际承担的风险比“实际值 α' ”小；反之，当 β 大于产品规定值与最低可接受值的比时，生产方实际承担的风险比“实际值 α' ”大。

因此在设计定数截尾鉴定试验方案时，应使试验方案参数全部满足产品可靠性要求。但有时使用方仅在产品研制任务书中明确了可靠性鉴定试验的最低可接受值及相应的 β ，而没有要求规定值和 α 。这种情况下，生产方若

“高于”在标准设定的领域,一般说来并不表现为异质性和突破性。质量创新所追求的是与现有标准具有异质性的新产品和新的管理,必然要对现有标准进行突破。没有这种突破,就不能说是质量创新。突破现有标准,也就是突破现有标准的局限,在一个更高的层次或更新的领域显示出产品的特异质量(往往可能是性能方面的)和管理的特异效能(往往可能引起组织体系的改变)。在这个过程中,如果处理不当,很可能出现2种不良情况:一是用标准去束缚质量创新;二是在新的标准建立之前因抛弃了旧的标准而造成混乱。特别是在管理方面进行创新,这两种情况甚至可能引起争执,产生对立,造成严重后果。因此要加以妥善处理。

在质量创新成功后,标准是对质量创新的总结。这儿说的标准是质量创新后制定的新标准。质量创新成功后,例如一个新产品开发出来了,必须有相应的新标准对其进行规范;一种新的管理模式要正式推行,首先也需要制定相应的管理标准(包括规章制度、程序文件和作业指导书之

类)。这是巩固质量创新成果必不可少的步骤。在制定新的标准的时候,还要对创新过程中存在的问题进行分析,既不能让标准屈就于这些问题而降低要求,又不能一味提高要求而不顾客观存在的困难。新的标准制定实施后,标志着产品或管理有了一个新的突破,企业因此就可能进入一个新的发展过程,与执行旧标准时期相比,产品或管理往往具有了一定的异质性。但是,新的标准一旦制定实施,又标志着产品与管理一个新的稳定期到来,标准的保守性或滞后性随同其规范性、强制性一起发生作用。也就是说,新的标准既是对质量创新肯定和总结,又是对质量创新的规范和保护;而相对于下一轮质量创新来说。既可能成为新的束缚。又可能成为新的基础。

从标准在质量创新三个阶段中的作用我们可以看到,标准与创新固然是一对矛盾,但二者相辅相成,完全可以相互促进,没有必要将它们对立起来。

(作者:重庆市公安局)

(上接第10页)能在鉴定试验前对被鉴定产品的可靠性水平有较准确的了解,就可依据产品在不同试验方案中接收概率的大小,有目的地从GB 5080.7中选取试验方案,或者按式(2)、(3)设计对生产方有利的试验方案,这样可保证产品最大限度地通过鉴定。

参考文献:

- [1] 何国伟,戴慈庄.可靠性试验技术[M].北京:国防工业出版社,1995:72-118.
- [2] 国防科工委军用标准化中心.GJB 899-1990 可靠性鉴定和验收试验[S].北京:国防科工委军标出版发行部,1990.
- [3] 隗雪莲,陈家鼎.对MIL-HDBK-781和IEC61124(2002)草案中定时试验方案的改进[J].应用概率统计,2004,20(4):414-428.
- [4] 李根成,姜同敏.定时截尾可靠性鉴定试验的参数选择与分析[J].航空学报,2006,27

(2):272-274.

[5] 李根成,姜同敏.某型产品可靠性鉴定试验方案设计与分析[J].弹箭与制导学报,2005,25(2):241-243.

[6] GB 5080.7-1986,设备可靠性试验 恒定失效率假设下的失效率与平均无故障时间的验证试验方案[S].北京:中国标准出版社,1986.

[7] 柴新,陈文华,张翔,等.增大通过鉴定试验概率的方法[J].机电工程,2001,18(2):50-51.

(作者:中国空空导弹研究院)

