ISSN 1000-0054 清华大学学报(自然科学版) 2007年 第47卷 第S1期 34/46
CN 11-2223/N J Tsinghua Univ (Sci & Tech), 2007, Vol. 47, No. S1 1040-1044

基于自适应算法的电力系统可靠性评估

宋晓通, 谭震宇

(山东大学 电气工程学院, 济南 250061)

摘 要: 针对电力系统可靠性评估中Monte Carlo方法存在的计算效率低下的问题,提出应用自适应算法对系统状态进行概率分析。该算法采用变分运算分析和区间拟合的方法,实现在最优密度函数下抽样,降低计算方差。应用该方法对IEEE-RTS标准系统的发电部分进行了可靠性评估,并与采用常规抽样方法和重要抽样方法的评估结果做了比较,表明该算法在保证计算精度的前提下分别减少了87%和68%的抽样次数,对大型电力系统可靠性评估具有实用价值。

关键词: Monte Carlo方法; 自适应算法; 电力系统可靠性

中图分类号: TM 732 **文献标识码**: A

文章编号: 1000-0054(2007)S1-1040-05

Power system reliability evaluation based on an adaptive algorithm

SONG Xiaotong, TAN Zhenyu

(School of Electrical Engineering, Shandong University, Jinan 250061, China)

Abstract: In view of the low efficiency of Monte Carlo simulations of power system reliability evaluation, an adaptive algorithm was developed for probabilistic system simulations. The algorithm samples the system status from the optimal probability density and reduces the sample variance by using the variation principle and interval fitting. The method was used to evaluate the reliability of the power generation section in the IEEE-RTS test system. Comparison with a conventional sampling method and the importance sampling methods show that for the same calculational accuracy, the current method requires 87% less samples than the conventional sampling method and 68% less samples than the importance sampling method, which verifies its applicability to power system reliability evaluations.

Key words: Monte Carlo method; adaptive algorithm; power system reliability

现代电力系统规模庞大,结构复杂,准确快速地评估电力系统可靠性水平对系统规划和安全经济运行有着重要的意义。在可靠性评估计算中,由于涉及到的元件众多,即使每个元件只计及停运和运行两个状态,整个系统的组合状态也是极其庞大的,加之系统分析计算复杂,常常面临所谓的"计算灾害"问题。Monte Carlo模拟法的采样次数与系统规模无关,且容易处理各种实际运行控制策略,因而在大型电力系统的可靠性评估中应用广泛[1]。随着电网规模的扩大和市场机制在电力系统中的引入,人们对电力系统可靠性计算的精度与速度要求越来越高[2-4]。但Monte Carlo方法存在着计算精度与计算时间的矛盾,要获得较高的计算精度需要耗费大量的计算时间,难以实现高精度评估及在线实时评估。减小抽样方差是加快收敛速度,提高抽样效率最为有效的方法。常用的减小方差的方法有分层抽样法、重要抽样法、控制变量法和对偶变数法等,上述方法在不同程度上降低了抽样方差,但大部分比较繁复,同时在电力系统的应用上缺乏普适性,不易在工程实践中推广[5]。

本文基于变分法原理,提出在电力系统可靠性分析中应用自适应算法对系统状态进行概率仿真,

收稿日期: 2006-10-20

作者简介: 宋晓通(1982—),男(汉),山东,博士研究生。
通讯联系人: 谭震宇,教授, E-mail: tzy@sdu.edu.cn

显著降低了抽样方差。该算法将抽样空间划分成一系列子空间，通过调整子空间边界，使实际抽样密度在各子空间内拟合应用变分原理计算得到的最优密度，最大限度地降低了抽样方差，进而提高了抽样效率。对 IEEE-RTS[6]测试系统进行的发电可靠性评估结果表明，该算法在计算速度和精度上与常规抽样法及重要抽样法相比有显著的提高，达到实用化水平。

1　算法原理

1.1　电力系统可靠性评估概率模型应用

Monte Carlo 方法分析电力系统可靠性指标的过程可以分为系统状态抽样、系统状态分析与系统指标统计3 大步骤。系统状态抽样是通过产生1 组状态随机数，得到系统的1 个工作状态。对具有n 个电力元件(发电机、变压器、输电线路等)的系统来说，产生n 个(0，1)均匀分布的随机数，并写成向量的形式

$$X = (x_1, x_2, \cdots, x_i, \cdots, x_n). \tag{1}$$

对第i 个元件，其工作状态可以由下式判断:

$$\begin{cases} x_i < \mathrm{for}_i, & \text{第 } i \text{ 个元件停运;} \\ x_i > \mathrm{for}_i, & \text{第 } i \text{ 个元件运行,} \end{cases} \tag{2}$$

for_i 是第i 个元件的强迫停运率，设系统的状态函数为$F(X)$，则系统的可靠性指标期望值R 由向量X 确定

$$R = E[F(X)] = \int_{\Omega} F(X)\,\mathrm{d}X, \tag{3}$$

Ω 为平面，$x_1 = 0$，$x_1 = 1$；$x_2 = 0$，$x_2 = 1$；…；$x_i = 0$，$x_i = 1$；…；$x_n = 0$，$x_n = 1$ 所包围的n 维单位体积超面体。于是，可靠性指标的计算就归结为一个多重积分问题。由于被积分函数无法显式写出，因此上述积分不能通过解析法得到。基于统计学原理，采用样本估计的方法估算R 的近似值$\hat{R}$，考虑到

$$\int_{\Omega} F(X)\,\mathrm{d}X = \int_{\Omega} \frac{F(X)}{p(X)} p(X)\,\mathrm{d}X = E\left[\frac{F(X)}{p(X)}\right], \tag{4}$$

得

$$\hat{R} = \frac{1}{N_S} \sum_{i=1}^{N_S} \frac{F(X_i)}{p(X_i)}. \tag{5}$$

其中：N_S 为样本点的个数，$p(X)$为X 样本的概率密度函数。随机数向量X_i 从$p(X)$中抽样产生。记

$$Y(X) = \frac{F(X)}{p(X)}, \tag{6}$$

则期望值估计量$\hat{R}$ 的方差σ_R^2与随机变量Y 的方差σ_Y^2存在以下关系

$$\sigma_R^2 = \sigma_Y^2 / N_S. \tag{7}$$

而

$$\sigma_Y^2 = \int_{\Omega} [Y^2(X) p(X)]\,\mathrm{d}X - \left[\int_{\Omega} Y(X) p(X)\,\mathrm{d}X\right]^2. \tag{8}$$

综合式(6)—(8)，得

$$\sigma_R^2 = \left\{\int_{\Omega} [F^2(X)/p(X)]\,\mathrm{d}X - \left[\int_{\Omega} F(X)\,\mathrm{d}X\right]^2\right\} \Big/ N_S. \tag{9}$$

理论研究表明，在一定精度要求下，减小抽样次数的唯一途径就是减小方差。在利用常规Monte Carlo 方法评估电力系统可靠性的过程中，$p(X) = 1$，

$$\sigma_R^2 = \left\{\int_{\Omega} [F^2(X)]\,\mathrm{d}X - \left[\int_{\Omega} F(X)\,\mathrm{d}X\right]^2\right\} \Big/ N_S. \tag{10}$$

此时方差较大，这是导致常规抽样方法计算费用昂贵的根本原因。由式(9)可知，通过优化样本的密度函数$p(X)$，可以达到减小方差，加快计算速度的目的。

1.2　自适应算法的原理

本文提出的自适应算法采用变分法原理，计算出最优抽样密度。同时，将积分空间划分成若干子空间，在各子空间内拟合最优密度函数进行抽样，达到减小方差的目的。由式(9)可知，σ_R^2是由密度函数$p(X)$定义的泛函: $\sigma_R^2 = \sigma_R^2[p]$。因影响$\sigma_R^2[p]$极值取决于积分式$\int_{\Omega}[F^2(X)/p(X)]\,\mathrm{d}X$ 的极值，故定义泛函

$$J[p] = \int_{\Omega} F^2(X_n)/p(X)\,\mathrm{d}X. \tag{11}$$

当$J[p]$取得极小值时，泛函$\sigma_R^2[p]$也取最小值。考虑到概率密度函数的归一性，得到泛函极值问题:

$$J = \min\{J[p]\},$$
$$\begin{cases} J[p] = \int_{\Omega} F^2(X_n)/p(X)\,\mathrm{d}X, \\ \int_{\Omega} p(X)\,\mathrm{d}X = 1. \end{cases} \tag{12}$$

应用变分法原理计算上述等周变分问题，可得到最优的分布密度函数

$$p(X) = F(X) \Big/ \int_{\Omega} F(X)\,\mathrm{d}X. \tag{13}$$

上式表明，如果要减小抽样方差，那么在函数值较大的区域，抽样密度也应当较大。由于上式给出的是联合分布密度函数的表达式，在电力系统可靠性评估中对元件的抽样是在各维上分别进行的，因此本文

计算出了最优的边缘分布密度函数。考虑到电力系统元件故障可按独立故障处理

$$p(X) = p_1(x_1)p_2(x_2)\cdots p_n(x_n) = \prod_{i=1}^{n} p_i(x_i). \tag{14}$$

将式(14)代入式(12)得:

$$J = \min\{J[p]\}$$

$$\begin{cases} J[p] = \int_{\Omega} \left[F^2(X_n) \Big/ \prod_{i=1}^{n} p_i(x_i) \right] \mathrm{d}X, \\ \int p_i(x_i)\mathrm{d}x_i = 1, \quad i = 1, 2, \cdots, n. \end{cases} \tag{15}$$

应用变分原理计算式(15),得到第 i ($i = 1, 2, \cdots, n$) 维最优边缘分布密度的表达式为

$$p_i = \frac{\sqrt{\int_{\Omega_i} \left[F^2(X_n) \Big/ \prod_{j=1, j\neq i}^{n} p_j(x_j) \right] \mathrm{d}X_i}}{\int \sqrt{\int_{\Omega_i} \left[F^2(X_n) \Big/ \prod_{j=1, j\neq i}^{n} p_i(x_i) \right] \mathrm{d}X_i}\,\mathrm{d}x_i}. \tag{16}$$

其中: $\mathrm{d}X_i = \mathrm{d}x_1\mathrm{d}x_2\cdots\mathrm{d}x_{i-1}\mathrm{d}x_{i+1}, \cdots, \mathrm{d}x_n$, Ω_i 为平面 $x_1 = 0$, $x_1 = 1$; $\cdots$; $x_{i-1} = 0$, $x_{i-1} = 1$; $x_{i+1} = 0$, $x_{i+1} = 1$; $\cdots$; $x_n = 0$, $x_n = 1$ 所围成的子空间。对第 i 个元件的状态按照式(16)所规定的密度函数进行抽样,可以使估计值的方差最小。由于服从上述密度函数的随机数难以获得,因此采用分段逼进的方法,构造易于计算机产生的随机数序列。为简明起见,以在 x_1 坐标轴上对元件1进行自适应抽样过程为例叙述自适应算法实现过程。由式(16),得 x_1 轴上的最优密度函数表达式为

$$p_1 = \frac{\sqrt{\int_{\Omega_1} \left[F^2(X_n) \Big/ \prod_{i=2}^{n} p_i(x_i) \right] \mathrm{d}X_1}}{\int \sqrt{\int_{\Omega_1} \left[F^2(X_n) \Big/ \prod_{i=2}^{n} p_i(x_i) \right] \mathrm{d}X_1}\,\mathrm{d}x_1}. \tag{17}$$

将坐标轴 x_1 上的积分区间[0, 1]划分成 N 个子区间,各子区间初始长度相等。在计算过程中,保持各个子区间上的抽样概率相同。N 值的选取取决于计算机的内存容量与计算精度。N 越大,则实际抽样密度越接近式(17),抽样效率也越高;但 N 值过大,对计算机内存的要求则越高,本文中取 $N = 50$。在子区间上均匀抽样,于是各子区间上的抽样概率密度则为

$$p_i = \frac{1}{N\,\Delta x_i}, \quad i = 1, 2, \cdots, N. \tag{18}$$

上式中 Δx_i 为 x_1 坐标轴上第 i 个子区间的长度。可见通过正确修正子区间的长度,可以改变随机数抽样密度。再将各子区间进一步细分为"孙区间",设第 i 个子区间等分成了 m_i 个孙区间,设 $\sum_{i=1}^{N} m_i = K$,令 K 个孙区间上的抽样概率相等。可知从属于第 i 个子区间的孙区间的概率密度为

$$q_i = \frac{1/K}{\Delta x_i / m_i} = \frac{m_i}{K\,\Delta x_i}, \quad i = 1, 2, \cdots, N. \tag{19}$$

若令 q_i 拟合函数 p_1,可实现最优抽样,即

$$\frac{m_i}{K\,\Delta x_i} = \frac{\sqrt{\int_{\Omega_1} \left[F^2(X_n) \Big/ \prod_{i=2}^{n} p_i(x_i) \right] \mathrm{d}X_1}}{\int \sqrt{\int_{\Omega_1} \left[F^2(X_n) \Big/ \prod_{i=2}^{n} p_i(x_i) \right] \mathrm{d}X_1}\,\mathrm{d}x_1}. \tag{20}$$

得到

$$m_i = K\,\Delta x_i \frac{\sqrt{\int_{\Omega_1} \left[F^2(X_n) \Big/ \prod_{i=2}^{n} p_i(x_i) \right] \mathrm{d}X_1}}{\int \sqrt{\int_{\Omega_1} \left[F^2(X_n) \Big/ \prod_{i=2}^{n} p_i(x_i) \right] \mathrm{d}X_1}\,\mathrm{d}x_1}. \tag{21}$$

考虑到

$$\begin{aligned} &\int_{\Omega_1} \left[F^2(X_n) \Big/ \prod_{i=2}^{n} p_i(x_i) \right] X_1 \propto \\ &\sum_{x_1 \in (x_{1i} - \Delta x_{1i}, x_{1i})} \sum_{x_2} \cdots \sum_{x_{32}} F^2(X_n) \Big/ \\ &\left[\prod_{i=2}^{n} p_i(x_i) \right]^2 = \bar{F}_{1i}. \end{aligned} \tag{22}$$

有

$$m_i = K\,\Delta x_i \sqrt{\bar{F}_{1i}} \Big/ \sum_{j=1}^{N} \sqrt{\bar{F}_{1j}}. \tag{23}$$

式中,$\bar{F}_{1i}$ 为积分函数在第 i 个子区间上的积分值,可通过抽样计算得到。按照各子区间内包含孙区间数目相等的原则,调整子区间边界,以保证各子区间抽样概率相等。通过迭代计算,直到各子区间上的 $\bar{F}_{1i}$ 相等,此时的抽样密度即为最优抽样密度。本文采用C++语言实现以上算法,算法流程如图1所示。

2 算例分析

应用自适应算法,本文对IEEE-RTS系统的发电部分进行了可靠性评估,所计算的可靠性指标为电力系统停电概率LOLP和停电功率期望值EPNS,并将计算结果与采用常规Monte Carlo法

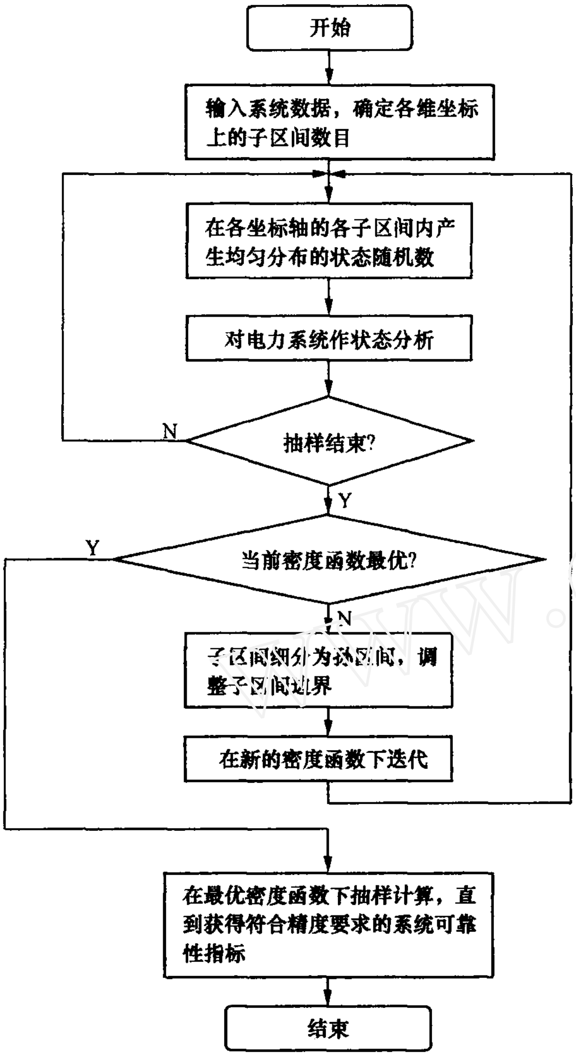

图1　自适应算法的流程图

和重要抽样法[7]的计算结果作了比较, 如表1所示。表中给出了在不同的计算精度要求下, 常规Monte Carlo法(A法)、重要抽样法(B法)和自适应抽样法(C法)3种评估方法的计算结果及所需的抽样次数, 在表中还列出了方法B、C相对于方法A的计算偏差。需要指出, 由于方法B、C中含有迭代运算, 所以其等效的抽样次数由下式确定

$$N = (N_S - 1) \times N_0 + I, \tag{24}$$

上式中, N、N_S、N_0和I分别是等效抽样次数、迭代次数、每次迭代的抽样次数和最后一次迭代的抽样次数。

由表1可见, 在精度要求较低需要的抽样次数较少时, 自适应方法与常规抽样方法计算费用相近, 这是由于自适应方法在第一次迭代中抽样密度与常规方法相同, 都是在整个积分区域内实施均匀抽样。而在精度要求较高(如误差要求为0.002 5)的情况下, 自适应抽样方法在常规抽样方法和重要抽样方法的基础上分别减少87%和68%的抽样次数, 计算效率显著提高。这就表明, 本文提出的改进重要抽样方法在保证精度的前提下大幅度降低了计算费用, 特别是在计算精度和速度要求较高的场合, 本算法的优势更为明显。应当说明表1中可靠性指标的计算偏差只是反映了抽样方法B、C相对于抽样方法A在可靠性指标期望值上的变化量, 并非反映计算精度的指标。事实上采用自适应抽样方法可以更迅速地收敛于系统可靠性指标的精确值[8]。

表1　相同计算精度下, 用方法A、B、C计算IEEE-RTS系统的结果

方差系数	方法	LOLP	LOLP 偏差/%	EPNS/MW	EPNS 偏差/%	抽样次数
0.10	A	0.085 786	0	15.038 903	0	2 005(100%)
	B	0.098 655	15.00	18.500 677	23.00	667(33.3%)
	C	0.088 174	2.78	15.363 610	2.16	2 012(100.3%)
0.075	A	0.083 775	0	14.926 278	0	3 581(100%)
	B	0.094 776	13.10	17.187 835	15.20	1 291(36.1%)
	C	0.084 000	0.27	15.298 341	2.49	3 569(99.7%)
0.025	A	0.088 199	0	15.850 797	0	29 490(100%)
	B	0.085 463	3.10	15.686 736	1.04	11 038(37.4%)
	C	0.085 721	2.81	15.000 541	5.36	6 268(21.3%)
0.017 5	A	0.085 812	0	15.449 425	0	62 066(100%)
	B	0.084 366	1.69	15.567 526	0.76	21 083(34.0%)
	C	0.084 479	1.55	14.998 725	2.92	9 996(16.1%)
0.01	A	0.085 803	0	15.584 827	0	190 087(100%)
	B	0.083 811	2.32	15.320 156	1.70	61 144(32.2%)
	C	0.084 075	2.01	15.626 237	0.27	27 339(14.4%)

(续表)

方差系数	方法	LOLP	LOLP 偏差/%	EPNS/MW	EPNS 偏差/%	抽样次数
0.0075	A	0.086276	0	15.690342	0	336781(100%)
	B	0.083654	3.04	15.286643	2.57	107486(32.0%)
	C	0.085001	1.48	14.736644	6.08	49970(14.8%)
0.0055	A	0.086165	0	15.638921	0	625982(100%)
	B	0.083193	3.45	15.224303	2.65	198966(31.8%)
	C	0.084024	2.48	14.304668	8.53	86896(13.9%)
0.0025	A	0.086200	0	15.686770	0	3026338(100%)
	B	0.083314	3.35	15.200293	3.10	954294(31.5%)
	C	0.084070	2.47	14.222414	9.33	399877(13.2%)

3 结 论

针对应用Monte Carlo 方法评估电力系统可靠性过程中存在的计算精度与计算费用的矛盾, 本文提出采用自适应算法对系统的状态进行高效抽样。应用该方法对IEEE-RTS 标准系统的发电部分所作可靠性评估结果表明, 本文提出的方法可在保证较高计算精度的前提下, 明显降低计算费用, 加快收敛速度。这些计算和比较表明了自适应抽样法在计算效率和计算精度上相对于目前广泛应用的算法有显著改善, 因此是一个可行和有效的评估算法, 适合在电力系统可靠性评估领域推广应用。

参考文献 (References)

[1] Billinton R, Fotuhi-Firuzabad M, Bertling L. Bibliography on the application of probability methods in power system reliability evaluation 1996-1999 [J]. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2001, **16**(4): 595-602.

[2] 何大愚. 工商业电力系统的可靠性及其电力市场事故 [J]. 电网技术, 2000, **24**(10): 22-26.
HE Dayu. Reliability and electricity market accidents in an industrial and commercial power system [J]. *Power System Technology*, 2000, **24**(10): 22-26. (in Chinese)

[3] YU Jun. Evaluation of Power System Reliability and Development of Transmission Pricing Method Under Deregulation [D]. Texas, USA: Texas A&M University, 2000.

[4] 赵儆, 康重庆, 夏清, 等. 电力市场中可靠性问题的研究现状与发展前景 [J]. 电力系统自动化, 2004, **28**(5): 6-10.
ZHAO Jing, KANG Chongqing, XIA Qing, et al. Power system reliability in electricity market current status and future prospect [J]. *Automation of Electric Power System*, 2004, **28**(5): 6-10. (in Chinese)

[5] 别朝红, 王锡凡. Monte Carlo 法在评估电力系统可靠性中的应用 [J]. 电力系统自动化, 1997, **21**(6): 68-75.
BIE Zhaohong, WANG Xifan. The application of Monte Carlo method to reliability evaluation of power systems [J]. *Automation of Electric Power System*, 1997, **21**(6): 68-75. (in Chinese)

[6] Albrecht P F, Biggerstaff B E, Billion R. A report prepared by the reliability test system task force of the application of probability methods subcommittee [J]. *IEEE Transactions on Power Apparatus and System*, 1979(6): 2047-2054.

[7] 宋晓通, 谭震宇. 改进的重要抽样法在电力系统可靠性评估中的应用 [J]. 电网技术, 2005, **29**(13): 56-59.
SONG Xiaotong, TAN Zhenyu. Application of improved importance sampling method in power system reliability evaluation [J]. *Power System Technology*, 2005, **29**(13): 56-59. (in Chinese)

[8] Billinton R, Li Wenyuan. Reliability Assessment of Electric Power Systems Using Monte Carlo Method [M]. New York, London: Plenum Press, 1994.