

# 基于 MATLAB 的机械零件可靠度计算方法

田社平 韦红雨(上海交通大学,上海 200030)

Computing reliability statistical value of mechanical elements based on MATLAB

TIAN She-ping, WEI Hong-yu

(Dept. Info. Tech. and Instr., Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, China)

**【摘要】**机械零件的可靠度计算是机械零件可靠性设计的重要内容。这里给出了机械零件的应力和强度为任意分布情况下的一种计算机械零件可靠度的新方法,并利用 MATLAB 函数来实现。该方法简单、实用,完全可以应用于机械零件的可靠性设计之中。

**关键词:** 机械零件;可靠性设计;MATLAB

**【Abstract】** Reliability computing of mechanical element is an important aspect of reliability design. This paper discusses a new method for computing the reliability of mechanical elements whose stress and strength are arbitrary distribution. The method can be realized by MATLAB software which has powerful computing capability. Experimental results show that computing reliability of mechanical elements based on MATLAB are very easy and can be applied on reliability design of mechanical elements efficiently.

**Key words:** Mechanical element; Reliability design; MATLAB

中图分类号:TB114.3, TP312 文献标识码:A

## 1 引言

机械可靠性设计,又称机械概率设计,是机械零件现代设计方法之一。自20世纪40年代提出机构可靠性理论以后,可靠性技术日益引起了人们的关注。与常规设计不同,可靠性设计的主要特点在于通过概率理论计算将机械零件的质量量化,从而使得对产品质量的把握更准确。目前,该设计方法广泛应用于飞机、汽车等重要产品以及其它机械产品内重要部件的设计过程中。

机械零件的可靠性计算是机械零件可靠性设计的重要内容。在工程实践中,常用的可靠性统计量计算方法有代数法、矩法和变异系数法等[1]。由于自身的特点,机械零件的统计量不可能像电子产品那样通过试验老化的方法得到,从而在无形之中给机械产品的可靠性设计造成了困难。实际上,具体到某种机械零件的某种模式下的应力或强度,均是由多种因素造成的,

因而均可表示为多个随机变量的函数形式。这就使得机械零件的可靠性统计量的计算显得十分复杂。

本文利用 MATLAB 科学计算软件的强大计算功能,讨论了机械零件的应力和强度为任意分布情况下的可靠性统计量的计算方法。该方法简单、实用,完全可以应用于机械零件的可靠性设计之中。

## 2 机械零件可靠度的计算方法

对机械零件的可靠性设计来说,一般是利用应力-强度干涉理论来计算其可靠度[1][2]。如图1所示,假设机械零件的强度 $r$ 和应力 $s$ 的分布可用其概率密度函数 $g(r)$ , $f(s)$ 来描述,则可将机械零件的可靠度定义为:

$$R = P\{r > s\} = P\{r - s > 0\} \quad (1)$$

若应力与强度的随机变量 $s$ , $r$ 相互独立,一般文献采用下式计算可靠度[2]:

$$R = \int_{-\infty}^{\infty} f(s) \cdot \left[ \int_s^{\infty} g(r) \lambda dr \right] ds = \int_{-\infty}^{\infty} g(r) \cdot \left[ \int_{-\infty}^r f(s) \lambda ds \right] dr \quad (2)$$

\* 来稿日期 2004-03-08

## 4 结束语

(1)这里提出的双圆弧齿轮传动的模糊可靠性及遗传算法的设计准则及优化设计方法,考虑了影响齿轮传动的各种因素的随机性和模糊性,因而更符合实际,更具有实用价值。

(2)采用遗传算法可从多个初始点同时寻优,因而其求解速度快,且可获得优化问题的全局最优解。

(3)该设计方法应用于圆弧齿轮传动的生产实际中,必会产生很大的经济效益。

## 参考文献

- 王超,王金. 机械可靠性工程. 北京:冶金工业出版社,1992.
- 成大先. 机械设计手册(第三版第三卷)[M]. 北京:化学工业出版社,

1993.

3 濮良贵. 机械设计(第六版). 北京:高等教育出版社,1996.

4 张静,王铁. 双圆弧齿轮传动的模糊可靠性优化设计. 山西机械, 2001(6).

5 赵荣,李阳晏,周广林,李光煜. 基于遗传算法的双圆弧齿轮传动的模糊可靠性优化设计. 煤矿机械,2002(3).

6 赵彦茹,王永学,赵艳. 双圆弧齿轮传动的模糊可靠性优化设计. 机械传动,2001(1).

7 郝聚民,纪卓尚,戴寅生,林焰. 基于模糊优选技术的多目标混合优化遗传算法. 机械工程理论方法应用,1999(1).

8 安卫,吴晓平,陈国钧. 基于遗传算法的舰船主动力装置系统模糊可靠性优化分配技术研究. 船舶工程,2001(6).

上式就是应力、强度分布发生干涉时可靠度的一般表达式。

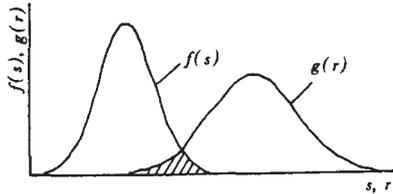


图 1 应力与强度的干涉模型

从式(2)可知,由于积分限存在变量(s或r),如果用计算机编程计算,则显得十分复杂,而且计算效率也很低。为此,必须采用易于计算机编程的计算方法来计算可靠度。

令  $p(r, s)$  表示强度  $r$  和应力  $s$  的联合概率密度,由于  $s, r$  相互独立,则有:

$$P(r, s) = g(r) \cdot f(s) \tag{3}$$

定义一个新的变量  $Y$ ,它是  $s, r$  的函数

$$Y = u(r, s) \tag{4}$$

则  $Y$  的特征函数为[3]:

$$M_Y(\theta) = \iint e^{j\theta u(r, s)} P(r, s) dr ds \tag{5}$$

由特征函数即可得到变量  $Y$  的概率密度函数为:

$$\begin{aligned}
 \mu(Y) &= \frac{1}{2\pi} \int e^{-j\theta Y} M(\theta) \lambda d\theta \\
 &= \frac{1}{2\pi} \iint e^{j\theta u(r, s)} e^{-j\theta Y} \mu(r, s) \lambda d\theta dr ds \\
 &= \iint \delta(Y - u(r, s)) \mu(r, s) \lambda dr ds
 \end{aligned} \tag{6}$$

式中: $\delta(\cdot)$ 为冲激函数。

令  $Y = r - s$  则有:

$$\begin{aligned}
 \mu(Y) &= \mu(r - s) = \iint \delta(Y - (r - s)) \mu(r, s) \lambda dr ds \\
 &= \int \mu(r - Y) \lambda dr = \int \mu(Y + s) \lambda ds \\
 &= \int g(r) \cdot f(r - Y) \lambda dr = \int g(Y + s) f(s) \lambda ds
 \end{aligned} \tag{7}$$

由式(1)可知,机械零件的可靠度为:

$$R = P\{r - s > 0\} = \int_0^{\infty} \mu(Y) \lambda dY = \int_0^{\infty} \int g(Y + s) f(s) \lambda ds dY \tag{8}$$

上式中,第二个积分号的积分限取决于  $r, s$  的变化范围。

由上述应力—强度分布干涉模型及应力—强度分布发生干涉时的可靠度计算公式可知,计算机械零件的可靠度,必须在已知应力和强度分布表达式的前提下才能完成。

### 3 基于 MATLAB 的机械零件可靠度计算

MATLAB 是美国 MathWorks 公司自 20 世纪 80 年代中期推出的数学软件,优秀的数值计算能力和卓越的数据可视化能力使其很快在数学软件中脱颖而出。到目前为止,其最高版本 6.5 版已经推出。当机械零件的应力和强度分布为任意类型时,采用笔算或编写程序计算机械零件可靠性统计量时显得十分繁琐和复杂。而采用 MATLAB 自带的函数由式(8)可以非常容易地解决。下面举例加以说明。

例:已知某机械零件强度  $r$  为正态分布,  $\mu_r = 100\text{MPa}$ ,  $\sigma_r = 10\text{MPa}$ , 作用在零件上的应力服从指数分布,其失效率为  $\lambda_s = 1/50\text{MPa}$ , 试计算该零件的可靠度。

首先采用常规计算方法。由于应力和强度为常用的分布,故可查有关公式进行计算,其可靠度为[2]:

$$R = 1 - \Phi\left(-\frac{\mu_r}{\sigma_r}\right) \tag{9}$$

$$- \left[ 1 - \Phi\left(-\frac{\mu_r - \lambda_s \sigma_r^2}{\sigma_r}\right) \right] \cdot \exp\left[-\frac{1}{2}(2\mu_r \lambda_s - \lambda_s^2 \sigma_r^2)\right]$$

其中:  $\Phi(z) = \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z^2/2} dz$ 。

带入有关数据,进行计算、查表,得可靠度为  $R = 0.8619$ 。

采用 MATLAB 编程计算,可以非常容易地得到同样的结果。其所采用的函数为 dblquad(FUN, XMIN, XMAX, YMIN, YMAX, TOL),该函数以计算精度 TOL 对函数 FUN(X, Y) 在积分区间 [XMIN, XMAX] × [YMIN, YMAX] 内进行积分,积分区间为已知值, TOL 可选,其默认值为  $10^{-6}$ 。显然,采用式(2)无法应用上述 MATLAB 函数来计算,而采用式(8)则非常适合用上述函数来计算可靠度。先编写如下脚本 M 文件:

```
p = inline('exp(-x/50). * exp(-0.5*((x+y-100)/10).^2)/(10*50*sqrt(2*pi))'); % 计算式(7)
```

```
R = dblquad(p, 0, 500, 0, 300); % 计算式(8)
```

存盘后运行,得计算结果  $R = 0.8619$ 。该结果与常规计算方法的结果完全一致。

为了使程序运行得到正确的结果,对有关注意事项说明如下:

(1) 从式(8)可知,其第二个积分号的积分限取决于分布函数参数(应力和压力)的变化范围,一般为  $+\infty$  与  $-\infty$ ,在具体编程时,必须给出合理的有限积分限。例如,对正态分布,可取积分限为  $\mu \pm (5 \sim 10) \sigma$ 。其基本原则为积分限必须几乎包含全部分布函数(即分布在积分限内的概率几乎为 1)。

(2) dblquad 函数的 TOL 值可根据实际情况选取。一般说来,计算精度越高,计算时间越长。实际计算时,计算精度可取  $10^{-5} \sim 10^{-8}$ 。

(3) 总的可靠度计算精度取决于积分限的取值和 dblquad 函数的计算精度,只要合理选择上述两者的值,完全可以得到满意的结果。

显然,得到可靠度的结果后,不难得到机械零件其它可靠性能统计量的大小。

### 4 结语

MATLAB 是基于向量或矩阵的数学软件,具有非常强大的数值计算功能, MATLAB 的强大功能为结构可靠度计算提供了便利,研究人员可迅速编出科学高效的计算程序,大大提高了效率。本文给出了一种计算机械零件可靠度的新方法,并利用 MATLAB 函数来实现。该方法简单、实用,适合于机械零件的应力和强度为任意分布的情况,具有很高的计算效率,完全可以应用于机械零件的可靠性设计之中。在西方, MATLAB 的应用已遍及现代科学界和工程界,相比之下,我国工程界人员对其了解和应用就较少,因此,必须挖掘 MATLAB 的强大功能,使之成为工程技术服务。

#### 参考文献

- 徐宏, 孙玉秋, 张祖明. 机械零件可靠性统计量计算的三种基本方法[J]. 北京印刷学院学报, 2001, 9(4): 9~12.
- 王世萍, 朱敏波. 电子机械可靠性与维修性[M]. 北京: 清华大学出版社, 2000.
- 杨福生. 随机信号分析[M]. 北京: 清华大学出版社, 1990.
- 周金萍. MATLAB 6 实践与提高[M]. 北京: 中国电力出版社, 2002.