矢量喷管机构动态强度可靠性分析

郭秩维，白广忱，高阳
北京航空航天大学能源与动力工程学院，（100083）
Email（guozhiwei-guoshuai@vip.sina.com）

摘要： 根据轴对称矢量喷管构件应力特点，建立了构件应力的平稳二项随机过程最大值分布可靠性模型。应用有限元软件 ANSYS 进行了构件可靠度计算，并比较了蒙特卡洛方法和响应面方法。通过灵敏度分析，指出了采用梁单元交互节点方式时，梁单元的参数会对构件的动态应力计算结果产生影响。

关键词： 轴对称矢量喷管；平稳二项随机过程；可靠性；蒙特卡洛法；响应面法

1 前言

轴对称矢量喷管是实现飞机推力矢量技术的重要组成部分，其可靠性问题是设计人员尤为关注的问题。从机构的可靠性角度来看，机构的可靠性可以分为：运动功能的可靠性和强度可靠性。而机构构件的强度又直接影响着机构的运动功能的实现，很多大型机构的运动功能的失效往往都是由于其组成机构中的某个构件失效而造成的，因此对轴对称矢量喷管机构中的重要构件进行强度可靠性分析，尤其是动态强度的可靠性分析就显得尤为重要[1~3]。

2 构件动态强度可靠性模型

工程结构载荷和材料性能种类很多，凡是随时间变化与其平均值比较不容易忽略的载荷或某些材料性能，都可以用随机过程概率模型描述。在作结构或构件的承载能力（或其它功能）分析时，对于可变载荷，人们最关心的是在整个设计期内$[0,T]$内取最大值的统计规律。所谓随机过程$\{X(t),t\in[0,T]\}$在时间域$[0,T]$上的最大值的概率分布，是指随机变量$X_M=\max X(t)$，$(t\in[0,T])$的概率分布函数：

$$F_M(x)=P(X_M<x)=P(\max X(t))<x) \qquad (1)$$

在实际问题中，随机过程$\{X(t),t\in[0,T]\}$在时间域$[0,T]$内的最大值X_M一般是存在的。在接下来的讨论中，总假定它是存在的。

资助项目：博士基金项目（20020006036）
航空科学基金项目（02C51075）

若假定应力随机过程为平稳二项随机过程，即在平稳二项随机过程模型中，可将应力随机过程的样本函数（即应力随机过程的一次实现）模型化为等时段的矩形波函数，如图 1 所示，其基本假定为[4]：

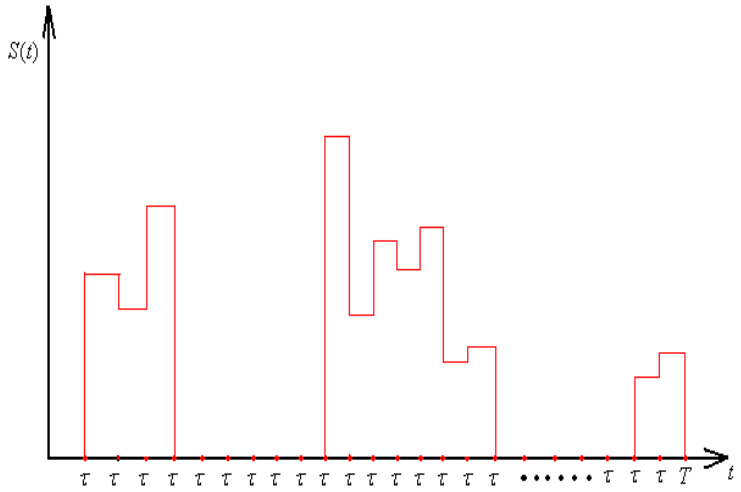

图 1 平稳二项应力随机过程

(1) 时间域T可以分为r个相等时段，每一时段长度为$\tau = \frac{T}{r}$，其中，τ表示应力一次持续施加于构件上的时间长度；

(2) 在每一时段τ上，应力出现的概率为p，不出现的概率为q，且有$q = 1 - p$；

(3) 在每一时段τ上，应力出现均为非负随机变量，且在不同的时间段上具有相同的分布函数$F_0(x)$，这种概率分布称为任意时间点应力概率分布（或截口概率分布）；

(4) 在不同时间段τ上，应力随机变量是相互独立的，且在时间段τ内，应力是否出现也是相互独立的；

矩形波幅值的变化规律，采用随机过程$\{S(t), t \in [0,T]\}$中任意时点应力的概率分布函数为：

$$F_{S_i}(x) = P(S(t_i) \le x, t_i \in [0,T]) \qquad (2)$$

对于平稳随机过程，为了寻求其应力最大值S_M的分布，必须预先知道时间段长度τ，应力在每一时段出现的概率p和在该时间点应力随机变量的分布函数$F_{S_1} = F_0(x)$。

根据平稳二项随机过程的等时段矩形波模型，由条件（2）和条件（3），在任意时段τ上，应力$S(t)$出现的概率分布为：

$$\begin{aligned} F_\tau(x) &= P(S(t) \le x) \\ &= pF_0(x) + q = pF_0(x) + (1-p) \\ &= 1 - p[1 - F_0(x)] \end{aligned} \tag{3}$$

根据（1）和（4）两项假定，可得时间域T内最大应力S_M的概率分布为：

$$\begin{aligned} F_M(x) &= P(S_M \le x) = P(\max S(t) \le x) \\ &= \prod_{i=1}^{r} P(S(t) \le x, t \in \tau_i) = \{1 - p[1 - F_0(x)]\}^r \\ &= \{1 - p[1 - F_0(x)]\}^{T/\tau} \end{aligned} \tag{4}$$

其中，$r = \dfrac{T}{\tau}$为时间域T内总时间段数。当任意时间点概率分布为正态分布：

$$F_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{1}{2}(\frac{x-\mu}{\sigma})^2} dt \tag{5}$$

式中μ, σ分别为应力的均值和方差。则（4）可进一步写为：

$$F_M(x) = \{1 - p[1 - \Phi(\frac{x-\mu}{\sigma})]\}^r \tag{6}$$

3 构件可靠度计算

3.1 构件的有限元模型及其边界条件

从构件应力确定性分析中可以得到构件最大应力随时间变化有如图 1 的规律，在考虑给定时间段内构件的可靠性时，可应用上面的可靠性分析模型。由上面的分析可知，对于采用应力的平稳二项模型很重要的是获得时间点上的应力分布。而 ANSYS 中的 PDS 模块可以帮助解决这个问题，其分析流程如图 2 所示：

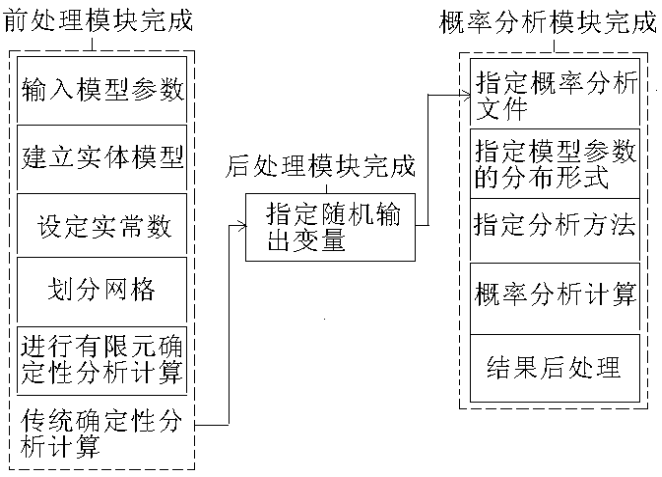

图 2 概率分析数值计算流程

构件拉杆的有限元模型采用 SOLID45 实体单元，使用扫掠网格划分方法建立，并在三个孔的中心建立节点 1、2、3 作为载荷作用点，它们与相对应孔的孔边节点用 BEAM4 梁单元连接，整个模型共有 2471 个单元，建立的模型如图 3 所示：

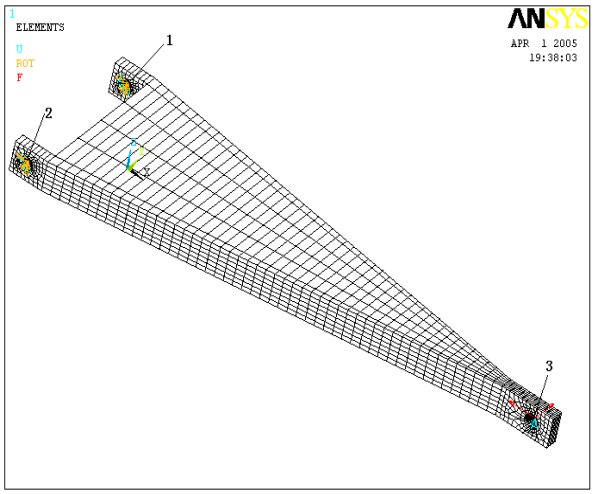

图 3 强度可靠性分析有限元模型

在拉杆的应力分析时，由于在所选取的时间点上，拉杆处于静止状态，其 1、2 两处的两个节点上的六个自由度被约束；而对于 3 节点其 Z 向位移及沿三个轴的转动被约束，X 向与 Y 方向有外载荷作用。

3.2 影响构件应力的随机因素

（1）模型的不确定性

模型的不确定性表现在，在实际的拉杆结构中并不存在上面所提到的梁结构，之所以要建立梁单元是因为在动力学的仿真分析中，仿真软件 ADAMS 与有限元软件 ANSYS 之间的载荷信息的交互是通过建立如上图所示的 1、2、3 这样的节点实现的，即在 ADAMS 中所获得到的外载荷是全部施加到 1、2、3 三个点上的，故在 ANSYS 中建立有限元模型时也要建立上面的节点和相应的梁单元。而在实际结构中因为并不存在这样的结构，其几何尺寸是未知的，所以模型的不确定性就变成了梁单元的几何尺寸上的不确定性了，包括梁截面的横截面积以及截面惯性矩等。

（2） 外载荷的不确定性

拉杆所受到的外载荷主要为在连接处的铰接力，其分布形式及数字特征可以通过在动力学软件 ADAMS 中考虑扩张片上的气动载荷以及作动筒的运动规律的不确定性的仿真统计试验，并结合适当的统计假设和假设检验得到。

（3）材料属性的不确定性

拉杆材料参数的不确定性主要体现在材料的密度和弹性模量的变异性。这种变异性是由于材料的不均匀性引起的，它对构件的强度是有影响。

3.3 构件时间点应力分布的计算

（1）蒙特卡洛方法

蒙特卡洛法是通过随机变量的统计试验或随机模拟，求解数学、物理和工程技术问题的近似解的数值方法。将蒙特卡洛法应用到确定构件应力分布的分析中，就是对影响构件应力的随机因素按其给定的分布进行抽样，之后按照每次抽样的数值对建立的构件有限元模型进行应力计算，通过统计分析得到构件应力的统计直方图。下表 1 为影响构件应力的随机变量的分布形式及数字特征。

表 1　变量的分布形式及数字特征

随机变量	变量说明	分布形式及数字特征
Fx	X 方向外力	$N(-62227,6227.7^2)$
Fy	Y 方向外力	$N(856.85,85.685^2)$
E1	实体单元弹性模量	$N(1.41e11,(7.05e9)^2)$
E2	梁单元弹性模量	$N(1.8e8,(9,0e6)^2)$
DENSITY	材料密度	$N(8210,410.5^2)$
AREA	梁截面积	$N(5e\text{-}5,(2.5e\text{-}6)^2)$
Iyy	梁单元 Y 方向截面惯性矩	$N(1e\text{-}7,(5e\text{-}9)^2)$
Izz	梁单元 Z 方向截面惯性矩	$N(1e\text{-}7,(5e\text{-}9)^2)$

下图 4 为应用 ANSYS 经过 500 次蒙特卡洛仿真分析得到的应力的统计直方图。

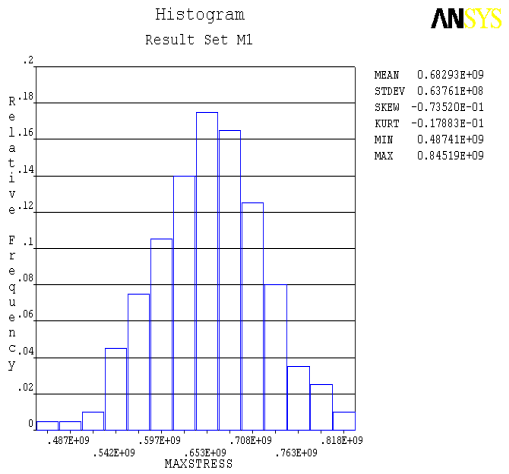

图 4 蒙特卡洛分析得到的应力统计直方图

（2）响应面方法：响应面方法从其本质上说是一项统计学的综合试验技术，可以用于求解多个变量输入下结构的响应问题，也就是结构的输入（变量值）与输出（响应）的之间的关系问题[5]。应用响应面方法计算构件应力的分布形式和数字特征，主要的方法是通过统计试验的方法经过有限次的抽样计算得到结构响应的表达式，并以此表达式代替构件的有限元模型，并在此表达式基础上再进行蒙特卡洛的仿真分析，得到构件应力的统计直方图。图 5 为应用响应面方法并结合蒙特卡洛方法抽样 10000 次的应力统计直方图，图 6 为相应的灵敏度分析图。

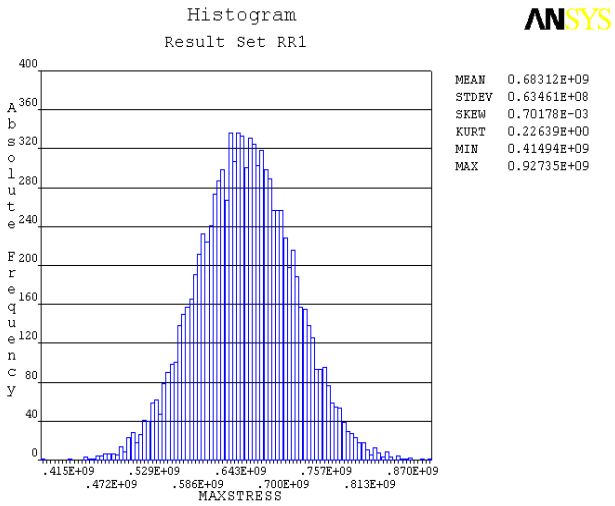

图 5 响应面方法得到的应力统计直方图

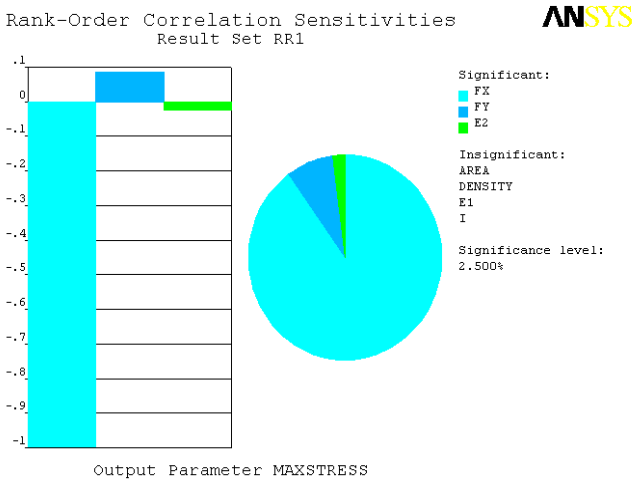

图 6 灵敏度图

（3）计算结果

根据拉杆的工作特点，这里取 $p=0.5$，$\gamma=100$，由公式(6)，其中 $x=926$，$\mu=683$，$\sigma=63.5$，计算得到构件可靠度为：

$$F_M(x)=\{1-p[1-\Phi(\frac{x-\mu}{\sigma})]\}^r$$
$$=\{1-0.5[1-\Phi(\frac{926-683}{63.5})]\}^{100}$$
$$=0.9968$$

4 结 论

（1） 当构件的最大应力随机过程的样本函数可模型化为等时段的矩形波函数时，可以采用平稳二项随机过程模型；它比只考虑最大应力时刻的瞬时可靠度模型更符合实际情况；如果把构件在设计周期的强度看作一个串联系统，平稳二项随机过程可靠性模型的物理意义就是求此串联系统的可靠度。

（2）由基于响应面的蒙特卡洛方法所得到的结果与仅利用蒙特卡洛抽样所得到的结果比较来看，在响应面拟和程度较好的情况下，利用基于响应面的蒙特卡洛方法的效率高，而且结果与仅利用蒙特卡洛方法抽样所得的结果一致，具有很高的可信度。

（3）利用梁单元交互结点方式的动态应力分析中，梁的参数对应力的结果是有一定影响的。

参考文献：

[1] 金捷.轴对称矢量喷管数值仿真与试验研究[D].北京：北京航空航天大学博士论文, 2002

[2] 吴大观.矢量喷管研究技术初议[J].燃气涡轮试验与研究, 1994,(3): 56-58

[3] 刘大响等.世界航空动力技术的现状及发展动向[J].北京航空航天大学学报, 2002 ,28(5): 490-496

[4] 何水清,王善.结构可靠性分析与设计[M].北京：国防工业出版社，1993

[5] 张胜民.基于有限元软件 ANSYS7.0 的结构分析[M].北京：清华大学出版社，2004

An reliability analysis of dynamic strength of the Vectoring Exhaust Nozzle Machine

Guo Zhiwei, Bai Guangchen, Gao yang

（School of Jet Propulsion, Beijing University of Aeronautics and Astronautics,

Beijing, 100083,China）

Abstract: In this paper a stationary binomial random process reliability model of maximum distribution of stress of a component is employed, according to characteristic of stress of the component attached to axisymmetric vectoring thrust nozzle. Computation of reliability, which makes full use of ANSYS software, and the comparisons between Monte Carb method and Response Surface method have also been done. By the sensitivity analysis, it also concludes that the parameters of beam

cell have impacts on the results of dynamic stress when adopting the method of exchange point of beam cell.

Key word: *Axisymmetric vectoring thrust nozzle; stationary binomial random process; reliability; Monte Carb method; Response Surface method*