

结构抗震

文章编号:1009-6825(2006)03-0046-02

杆系结构蒙特卡罗法计算及敏感性分析

王洁 武清玺

摘要:分析了蒙特卡罗随机有限元法的计算原理,介绍了拉丁超立方抽样法的应用,并分析了输出结果对各个输入随机变量的敏感度,表明数值模拟是求解杆系结构可靠度的有效途径。

关键词:杆系结构,随机有限元分析,数值模拟

中图分类号: TU311.2

文献标识码: A

引言

在工程结构设计中存在着大量不确定性因素,目前的土木、水利工程的设计规范是采用基于概率极限状态设计思想的分项系数表达式来考虑这些不确定性因素。而未来的结构设计规范应是以基于功能的结构抗震设计思想为基础,所以结构可靠度分析成为未来结构设计规范的基础与前提。

在工程结构的可靠性分析过程中,极限状态函数一般都是设计变量的高度非线性的隐式函数,再加上结构分析本身就是一个非常复杂的过程,因此寻求恰当的计算方法就显得尤为重要了。

伴随着当今计算机技术的飞速发展,蒙特卡罗法因其可以回避数学上的困难,原理简单,适用范围广,在工程结构可靠性分析中得到了越来越广泛的应用。

1 蒙特卡罗随机有限元法

在结构可靠性分析中,结构的极限状态是由功能函数表达的,其形式为: $Z = g(X)$ 。

其中随机矢量 $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$, 表明了工程中存在着的不确定信息,如材料参数与结构几何尺寸的随机性及荷载的随机性等。当 $Z > 0$ 时,结构处于安全状态;当 $Z < 0$ 时,结构处于极限状态;当 $Z = 0$ 时,结构处于失效状态。结构的失效概率为:

$$P_f = P(Z < 0) = \int_{-\infty}^0 f_z(z) dz \quad (1)$$

其中, $f_z(z)$ 为功能函数 Z 概率密度函数。

蒙特卡罗法是一种用数值模拟来解决与随机变量有关的实际工程问题的方法。对随机变量的数值模拟相当于一种“试验”,所以蒙特卡罗法又称为统计试验法。在采用蒙特卡罗模拟法求失效概率时,式(1)可以表示为:

$$\hat{P}_f = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I[G(\hat{X})_i]$$

其中, N 为抽样模拟总数;当 $G(\hat{X})_i < 0$ 时, $I[G(\hat{X})_i] = 1$, 反之, $I[G(\hat{X})_i] = 0$;冠标“ $\hat{}$ ”表示抽样值。

Shinozuka 和 Astill 首先将蒙特卡罗法引入结构的随机有限元分析^[3]。蒙特卡罗随机有限元法实际上是一种统计方法,即先对设计变量进行大量的抽样,然后重复进行所用样本的确定性有限元计算,最后对响应输出进行统计,从而得到响应量的数字特征。

2 拉丁超立方抽样法^[4,5]

拉丁超立方抽样法属于一种受约束的抽样法。按照直接抽样的蒙特卡罗法,首先从 $[0, 1]$ 区间上产生随机数,然后利用反变

换法从随机变量的分布函数产生随机变量的样本值,进行失效概率计算。然而,拉丁抽样法与此不同,若决定模拟循环 N 次,拉丁抽样法则首先将 $[0, 1]$ 区间等分成 N 个互不重叠的子区间,然后在每个子区间内分别进行独立的等概率抽样,避免了重复抽样。

为了保证抽取的随机数属于各子区间,则第 i 个子区间内的随机数 U_i 应满足下列等式:

$$U_i = \frac{U}{N} + \frac{i-1}{N}$$

其中, $i = 1, 2, \dots, N$, U 为 $[0, 1]$ 区间内均匀分布的随机数; U_i 为从属于第 i 个子区间内的随机数。

由于存在下列关系式:

$$\frac{i-1}{N} < U_i < \frac{i}{N}$$

因而,每一个子区间仅能产生一个随机数,然后采用反变换法,由 N 个子区间产生的 N 个随机数得到 N 个某一概率密度函数的随机数抽样值。最后对随机变量的随机抽样值进行组对,也就是对各随机变量的随机抽样值所属区间的序号进行随机排列。

设 k 个随机变量 $x_1, x_2, \dots$, 以 x_k 进行 N 次模拟循环为例。由 x_1 的 N 个子区间内,随机抽样的 N 个抽样值与 x_2 的类似抽取的 N 个抽样值进行组对,组成 $x_1 x_2$ 的 N 个组对。类似地抽样值 $x_1 x_2$ 的 N 个组对再与 x_3 的 N 个抽样值进行组对为 $x_1 x_2 x_3$, 如此类推,直至组成 N 组 $x_1, x_2, \dots, x_k$ 为止。

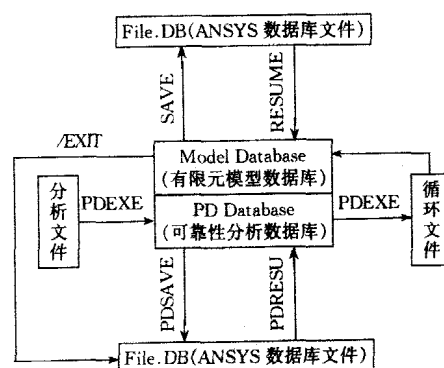


图1 可靠性分析数据流向图

3 结构可靠性分析数值模拟的实现

基于通用结构分析有限元软件 ANSYS 提供的 APDL 语言将其结构分析与其 PDS 模块的统计分析能力相结合,实现可靠性分

收稿日期:2005-08-09

作者简介:王洁(1978-),女,河海大学土木工程学院硕士研究生,江苏南京 210098

武清玺(1951-),男,博导,教授,河海大学土木工程学院,江苏南京 210098

析的蒙特卡罗有限元法。程序依次由数据抽象模块、初始化模块、预处理模块、求解模块、后处理模块、分析模块、输出模块组成。即先通过采用拉丁超立方抽样法抽样,再调用确定性有限元分析模块,重复循环实现,最后对结果进行输出。可靠性分析数据在程序中的流向如图1所示^[6]。

在分析计算结果时,可通过输出结果的相对频率柱状图判断模拟次数是否足够。从图形上看柱状图靠近概率分布函数曲线且不存在跳跃和大的间隙,则表明模拟次数已经足够^[6]。

基于有限元模型采用蒙特卡罗法进行分析时,所有输入变量取值同时变化,输入变量之间的相互作用得以考虑,从而避免了确定性灵敏度分析可能会导致的错误。确定性灵敏度分析反映的是结果在某点的变化梯度,改变输入变量中的某一个(其余各输入变量保持不变),观察输出变量取值的变化。变化量显著即称输出结果对该输入变量敏感。

4 算例

如图2所示平面桁架,各变量的统计特性见表1。各杆件的截面面积为A,设以节点7的竖向位移建立结构的极限状态函数(单位:mm),得到:

$$g(X) = 4.0 - v_7(X)。$$

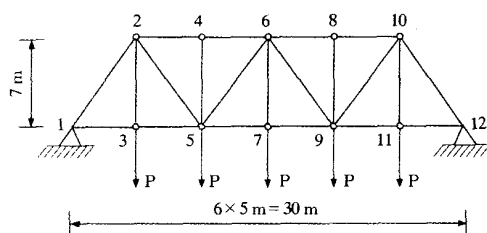


图2 平面桁架结构计算简图

表1 平面桁架随机变量的统计参数

随机变量	分布类型	均值	标准差
弹模 E/MPa	对数正态	200 000	20 000
P/kN	正态分布	20.0	5.00
A/m^2	正态分布	0.005	0.000 5

采用蒙特卡罗随机有限元法对该算例进行模拟分析,有限元模型取用 ANSYS 中的二维杆单元(link1)。采用拉丁超立方抽样的 MC 法模拟了 5 000 次,节点7的竖向位移均值为 2.309 8 mm,方差为 6.786 3 mm,失效概率为 0.011 8,可靠度指标为 2.263 6。节点7的竖向位移的相对频率柱状图如图3所示,可以看出 v_7 近似服从正态分布,模拟次数已经足够。 v_7 对各随机变量的敏感程度如图4所示,可以看出外荷载对它的影响较大。

5 结语

1)采用大型通用有限元程序 ANSYS 提供的 APDL 语言将其

结构分析与其 PDS 模块的统计分析能力相结合,可以实现可靠性分析的蒙特卡罗有限元法。

2)采用拉丁超立方抽样的,可以避免重复抽样,效率较高。可通过输出结果的相对频率柱状图适当形状来判断模拟次数是否足够。

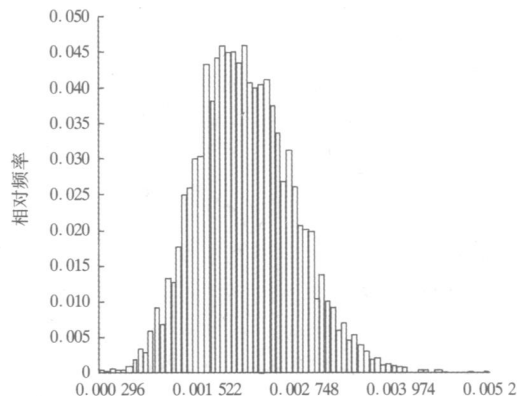


图3 节点7竖向位移的相对频率柱状图

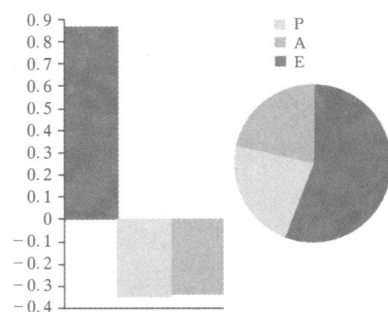


图4 节点7竖向位移对各随机变量的敏感程度图

3)分析表明,桁架结构位移可靠性对外荷载的取值最敏感,刚架结构位移可靠性对弹性模量的取值最为敏感。

参考文献:

- [1] GB 50068-2001, 建筑结构可靠度设计统一标准[S].
- [2] GB 50199-94, 水利水电工程结构可靠度设计统一标准[S].
- [3] Shinozuka, K., Astill, J. Random eigenvalue Programs in structural mechanics[J]. AIAA J. 1972, 10(4): 456-462.
- [4] McKay M. D., Beckman R. J., Conover W. J. A Comparison of Three Methods for Selecting Values in the Analysis of Output from a computer Code[J]. Technometrics. 1979(2): 239-245.
- [5] 丁克勤, 柳春图. 接管高应变区缺陷的安全评定概率方法研究[J]. 中国安全科学学报, 1999, 9(5): 63-68.
- [6] 张胜民. 基于有限元软件 ANSYS 7.0 的结构分析[M]. 北京: 清华大学出版社, 2003. 12.

Calculation and sensitive analysis for girder structure applying for Monte Carlo method

WANG Jie WU Qing-xi

Abstract: It analyzes calculation principle of Monte Carlo random finite element method, application of Latin super cube sample method is introduced, and analyzes sensibility of output result to each input random variant, it indicates numerical simulation is effective way to settle reliability of girder structure.

Key words: girder structure, random finite element analysis, numerical simulation