

# 基于齿面接触强度和齿根弯曲强度的 齿轮可靠性设计方法<sup>\*</sup>

娄云<sup>1</sup>, 赵卫兵<sup>2</sup>, 朱命怡<sup>1</sup>

(1. 河南机电高等专科学校 机械工程系, 河南 新乡 453002; 2. 安阳工学院 机械系, 河南 安阳 455000)

**摘要:**探讨了圆柱齿轮的可靠性设计方法, 可以定量地给出齿轮的可靠度和根据可靠度对齿轮进行可靠性设计, 是对齿轮可靠性问题研究的一次重要探索。通过对实例的设计计算, 表明其结果与实际运行情况吻合。说明该计算方法是一种行之有效的方法。

**关键词:** 齿轮; 可靠性; 设计; 计算

**中图分类号:** TH132.417 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-2354(2006)09-0031-03

齿轮传动广泛应用于各种类型的机械设备, 由于齿轮是结构复杂的零件, 影响齿轮可靠性的因素很多, 且工况多变, 受载和工艺水平各异, 因而增加了研究这一问题的难度, 因此, 对齿轮可靠性设计迄今尚无定论。尽管人们明确地知道齿轮的可靠性问题一般可以通过可靠性试验来完成, 然而, 常常由于试验条件、人力、物力、时间的限制, 使得可靠性试验难以实现, 所以, 探讨一种有效的计算方法是十分必要的。根据国家标准 GB3480-1983, 应用摄动方法和可靠性设计理论, 提出了对圆柱齿轮进行可靠性设计的一种计算方法, 结果表明, 该方法简单明确, 易于应用, 是一种实用有效的圆柱齿轮可靠性设计方法。

## 1 基于齿面接触强度的可靠性设计

齿轮的计算接触应力为:

$$H = Z_H Z_E Z Z \sqrt{\frac{F_t}{b d_1} \frac{u+1}{u} K_A K_V K_H K_H} \quad (1)$$

式中:  $F_t$  ——端面内分度圆柱上的额定圆周力;

$b$  ——工作齿宽;

$K_A$  ——工况系数;

$K_V$  ——动载系数;

$K_H$  ——齿向载荷分布系数;

$K_H$  ——端面载荷分配系数;

$Z_H$  ——节点区域系数;

$Z_E$  ——弹性系数;

$Z$  ——重合度系数;

$Z$  ——螺旋角系数;

$d_1$  ——小齿轮分度圆直径;

$u$  ——齿数比。

齿面的接触疲劳强度为:

$$H_{lim} = H_{lim} Z_N Z_R Z_V Z_L Z_W Z_X \quad (2)$$

式中:  $H_{lim}$  ——试验齿轮的齿面接触疲劳强度;

$Z_N$  ——寿命系数;

$Z_R$  ——齿面粗糙度系数;

$Z_V$  ——速度系数;

$Z_L$  ——润滑剂系数;

$Z_W$  ——工作硬化系数;

$Z_X$  ——尺寸系数。

以上19个基本参量, 除齿数比  $u$  以外, 都应按随机量处理。

根据应力-强度干涉理论, 这里定义状态函数为:

$$g(X) = H_{lim} - H \quad (3)$$

式中:  $X = (H_{lim} Z_N Z_R Z_V Z_L Z_W Z_X Z_H Z_E Z Z F_t b d_1 K_A K_V K_H K_H)^T$ 。

这些基本随机参量的均值  $E(X)$  和方差及协方差  $Var(X)$  是已知值。

把状态函数  $g(X)$  对基本随机参量向量  $X$  求偏导数, 有:

$$\frac{\partial g(\bar{X})}{\partial X^T} = \left( \frac{\partial g}{\partial H_{lim}} \frac{\partial g}{\partial Z_N} \frac{\partial g}{\partial Z_R} \frac{\partial g}{\partial Z_V} \frac{\partial g}{\partial Z_L} \frac{\partial g}{\partial Z_W} \frac{\partial g}{\partial Z_X} \frac{\partial g}{\partial Z_H} \frac{\partial g}{\partial Z_E} \frac{\partial g}{\partial Z} \frac{\partial g}{\partial F_t} \frac{\partial g}{\partial b} \frac{\partial g}{\partial d_1} \frac{\partial g}{\partial K_A} \frac{\partial g}{\partial K_V} \frac{\partial g}{\partial K_H} \frac{\partial g}{\partial K_H} \right)_{1 \times 18} \quad (4)$$

把以上各式和已知条件代入状态函数  $g(X)$  的均值表达式和方差表达式, 可解出  $E(g)$  和  $Var(g)$ , 然后代入可靠性指标公式和可靠度公式, 可求出齿轮的可靠性指标和可靠度  $R$ 。另一方面, 如果给定齿轮的可靠度  $R$ , 可查得可靠性指标, 很显然由式  $\mu_g = g$  所确定出来的有关齿轮  $d_1$  的可靠性设计的代数方程为一个非线性超越方程, 关于非线性超越方程的求解, 一般算法均为给定初值进行迭代求根, 这里有一个初值选取的问题, 作为齿轮设计人员都应具有几何尺寸设计的大概数值, 这个数值就可以作为初值迭代计算。

## 2 基于齿根弯曲强度的可靠性设计

齿轮的计算弯曲应力为:

$$F = Y_{Fa} Y_{Sa} Y Y \frac{F_t}{b m_n} K_A K_V K_F K_{Fa} \quad (5)$$

式中:  $m_n$  ——法向模数;

$Y_{Fa}$  ——齿形系数;

$Y_{Sa}$  ——齿根应力集中系数;

$Y$  ——重合度系数;

$Y_X$  ——螺旋角系数。

齿根的弯曲疲劳强度为:

\* 收稿日期: 2006-03-26; 修订日期: 2006-07-06

作者简介: 娄云(1966-), 男, 河南新乡人, 工程硕士, 副教授, 主要从事汽车专业教学和研究。

$$\sigma_{lim} = \sigma_{lim} Y_{ST} Y_{NT} Y_{relT} Y_{RrelT} Y_X \quad (6)$$

式中:  $\sigma_{lim}$  ——试验齿轮的弯曲疲劳强度;

$Y_{ST}$  ——试验齿轮的齿根应力集中系数;

$Y_{NT}$  ——寿命系数;

$Y_{relT}$  ——相对敏感系数;

$Y_{RrelT}$  ——相对表面状况系数;

$Y_X$  ——尺寸系数。

以上共有 17 个基本参量,都应按随机变量处理。

根据应力 - 强度干涉理论,这里定义状态函数为:

$$g(X) = \sigma_{lim} - F \quad (7)$$

$$\text{式中: } X = (\sigma_{lim} Y_{ST} Y_{NT} Y_{relT} Y_{RrelT} Y_X Y_{Fa} Y_{Sa} Y_{bm} K_A K_V K_F K_{Fa})^T \quad (8)$$

这些基本随机参量的均值  $E(X)$  和方差及协方差  $\text{Var}(X)$

是已知值。

把状态函数  $g(X)$  对基本随机参量向量  $X$  求偏导数,有:

$$\frac{\partial g(X)}{\partial X^T} = \left( \frac{\partial g}{\partial \sigma_{lim}} \frac{\partial g}{\partial Y_{ST}} \frac{\partial g}{\partial Y_{NT}} \frac{\partial g}{\partial Y_{relT}} \frac{\partial g}{\partial Y_{RrelT}} \frac{\partial g}{\partial Y_X} \frac{\partial g}{\partial Y_{Fa}} \frac{\partial g}{\partial Y_{Sa}} \frac{\partial g}{\partial Y_{bm}} \frac{\partial g}{\partial K_A} \frac{\partial g}{\partial K_V} \frac{\partial g}{\partial K_F} \frac{\partial g}{\partial K_{Fa}} \right)_{1 \times 17} \quad (8)$$

同样,可以求出齿轮的可靠度和对  $m_n$  进行可靠性设计。

### 3 基本随机参量的数字特征

(1) 各随机参量的均值是按国际规定的方法(计算或查线图)得到的数值;

(2) 各随机参量的方差和协方差的取值,如果没有试验数据,可以根据以下原则估算:

有关金属材料的力学性能参量的标准差,可以根据变差系数  $c$  来确定,一般取  $c = 0.05$ ;

有关几何尺寸的参量的标准差,可以根据公差标准来确定,一般情况下,公式尺寸为其基本尺寸的 0.015 倍,若取此公差尺寸的 3 水平,则变差系数  $c = 0.005$ ;

有关载荷的标准差,一般由实验来确定;

有关材料强度的标准差,应由实验确定或在手册中查找;

其它各参量的取值也具有一定的精度,因此,在确定各参量的标准差时,应考虑各参量的取值误差为  $\pm(0.1 \sim 0.15)$  和取此误差的 3 的水平,则变差系数一般取  $c = 0.033$ ;

关于各参量之间的相关性,应由相关系数  $r$  来确定。如果没有实验数据,可以根据实践经验、实际情况及数理统计理论近似确定。一般来说,  $r$  值越大,参量间的线性关系越强。

### 4 计算举例

某种机器的齿轮,按照国标规定的方法计算或查线图得到各参量的均值和按前面给出的方差估算原则得到各参量的均值和标准差如下:

$$\begin{aligned} F_t &= (34\,644, 519.66) \text{ N}; K_A = 10.033; K_V = (1.484, 0.1613); \\ K_H &= (1.68, 0.05544); K_F = (1.603, 0.052899); K_H = K_F = \\ &= (1.16, 0.0116); Z_E = (189.8, 9.4) \text{ (N/mm)}; Z = (0.81, \\ &= 0.00405); Z = (0.957, 0.004785); \sigma_{lim} = (1\,300, 156) \text{ MPa}^2; \\ Z_N &= (1, 0.033); Z_R = (1.03, 0.03399); Z_V = (1.04, 0.03432); \end{aligned}$$

$$Z_L = (0.92, 0.03036); Z_W = (1, 0.033); Z_X = (1, 0.033);$$

$$Y_{Fa1} = (2.36, 0.07788); Y_{Fa2} = (2.14, 0.07062);$$

$$Y_{Sa1} = (1.75, 0.05775); Y_{Sa2} = (1.94, 0.06402);$$

$$Y = (0.715, 0.003575);$$

$$Y = (0.8, 0.004); Y_{ST} = (2.1, 0.0693); \sigma_{lim} = (310, 62) \text{ MPa};$$

$$Y_{NT} = (1, 0.033); Y_{rel1} = (0.99, 0.03267); Y_{rel2} = (1.01, 0.03333);$$

$$Y_{RrelT1} = Y_{RrelT2} = (1.065, 0.035145); Y_{X1} = Y_{X2} = (1, 0.033)$$

#### 4.1 按齿面接触应力和强度设计

根据给出的数据,求得:

$$= 2.9685, \quad R = 0.9985$$

如果给定可靠度  $R = 0.99$ ,查得可靠性指标  $z = 2.33$ ,求得小齿轮分度圆最小直径的均值和标准差为:

$$d_1 = (109.5639, 0.5478196) \text{ mm}$$

#### 4.2 按齿根弯曲应力和强度设计

根据给出的数据,分别求得小齿轮和大齿轮的可靠性指标和可靠度为:

$$z_1 = 2.754, \quad R_1 = 0.9963$$

$$z_2 = 2.705, \quad R_2 = 0.9966$$

如果给定可靠度  $R = 0.99$ ,以小齿轮为设计基准,求得法向模数的最小直径的均值和标准差为:

$$m_n = (3.4191, 0.017095) \text{ mm}$$

### 5 实际应用举例

按此方法设计一减速器,齿轮精度为 8 级 ( $n = 8$ )。要求传动功率  $P_1 = 11 \text{ kW}$ ,高速轴转速  $n_1 = 200 \text{ r/min}$ ,传动比  $i = u = 5$ ,载荷平稳,三班制工作,使用 5 年,设备利用率为 90%,可靠度  $R = 0.999$ 。计算结果圆整及标准化后得到:模数  $m = 3.5 \text{ mm}$ ,小轮齿数  $z_1 = 24$ ,齿宽系数  $\phi_d = 0.905$ 。原设计为  $m = 4 \text{ mm}$ ;  $z_1 = 32$ ;  $\phi_d = 1.2$ 。由此可见,可靠性优化设计的效益是显著的。

### 6 结论

探讨了圆柱齿轮的可靠性设计方法,可以定量地给出齿轮的可靠度和根据可靠度对齿轮进行可靠性设计,是对齿轮可靠性问题研究的一次重要探索。通过对实例的设计计算,表明其结果与实际运行的情况相吻合。可见,文中计算方法是一种行之有效的办法。

#### 参考文献

- [1] 刘巧伶,林逸,张仪民. 机械零件可靠性设计的一种有效方法[J]. 吉林工业大学学报,1992,22(4):56-59.
- [2] 王启,王文博. 常用机械零件可靠性设计[M]. 北京:机械工业出版社,1996.
- [3] 朱文予. 机械可靠性设计[M]. 上海:上海交通大学出版社,1992.
- [4] Vetter W J. Matrix calculus operations and taylor expansions[J]. SIAM Rev,1973,2:352-369.
- [5] Ma F. Extension of second moment analysis to valued and matrix-valued functions[J]. Int. J. Non-Linear Mechanics,1987;3:251-260.

# 机械系统交互式多功能综合实验台的设计与开发<sup>\*</sup>

李成祥, 杨洋, 张斗南

(北京航空航天大学 机械工程及自动化学院, 北京 100083)

**摘要:**开发了能够培养学生综合能力的多功能机械系统综合实验台,对实验台的组成原理、测试原理、功能等方面进行了详细的分析与阐述。系统采用了 Visual C++ 工具开发的软件平台,完成了传动方案的效率测试及常用机构的性能参数测试。

**关键词:**机械传动;性能测试;驱动装置;模块化设计

**中图分类号:**TH73 **文献标识码:**A **文章编号:**1001-2354(2006)09-0033-03

21 世纪,社会对人才的需求,不仅要求专业知识扎实、知识面广,而且要求解决实际问题的能力。在工程型、研究型大学的教学注重知识的积累同时,还要加强学生的思维能力、实践能力、开拓创新能力的培养。实验室作为高等教学和科研的重要基地,承担着培养国家专门人才,对学生进行实践能力培养和实施全面教育、创新教育的重要任务。如何把学生推到实验主体的位置上,充分挖掘和发挥学生的主动性和创造性,引导他们向自己的未知领域迈进,是至关重要的。为此,开发了机械传动综合实验台,通过系统的教学训练,使学生掌握各种机械传动装置,构筑产品研发的工程思维,对工程问题综合分析和评估。丰富和巩固理论知识的同时,确立和强化了学生的工程回归意识,激发了学生的求知欲,体现了“以人为本”的教育理念。

## 1 交互式综合实验台的基本构成

目前,机械传动系统是一个复杂的系统,具有机械与电子相结合的特点,系统基本框架包括驱动部分、传动部分、执行机构和相关的测试传感装置,机械系统综合实验台的构成及原理如图 1。

为了适应机械工业发展效率高、周期短的特点,大部分机械系统产品已基本形成模块化。实验台由自行二次开发的驱动部分和模块化的传动部分、联轴器、轴承、离合器及常见的执行机构组成。实验目标就是通过对给定模块的有机组合,构成具有一定目的的系统,通过实验使学生熟悉影响机械传动和机

械运动参数的因素,掌握他们的测试方案构筑的方法,达到强化工程意识、培养学生动手能力和创新意识,以及独立分析解决工程实际问题能力,提高学生综合素质的目的<sup>[1]</sup>。实验台实物如图 2。

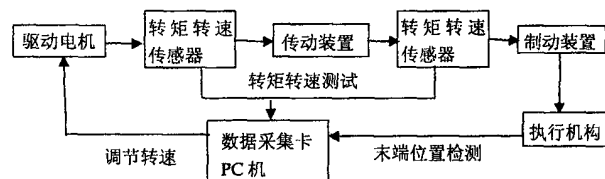


图 1 机械系统综合实验台的组成原理图

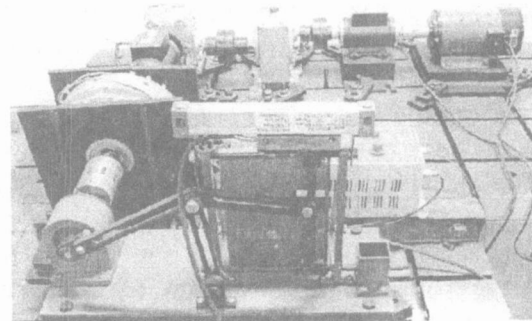


图 2 实验台实物图

### 1.1 驱动系统装置

实验室共开发了 4 套机械系统实验台,分别有不同的电机驱动系统,其中包括交流伺服电动机、无刷直流电动机、步进电动机及直流伺服电动机,目的在于让学生了解更多的常用电机

**Designing method of gear reliability based on contact strength of tooth surface and bending strength of tooth root**

LOU Yun<sup>1</sup>, ZHAO Wei-bing<sup>2</sup>, ZHU Ming-yi<sup>1</sup>

(1. Department of Mechanical Engineering, Henan Higher College of Mechanical and Electrical Engineering, Xinxiang 453002, China; 2. Department of Mechanical Engineering, An-Yang Institute of Technology An Yang 455000, China)

**Abstract:** The reliability designing method of cylindrical gear has been probed, it could provide quantitatively the reliabili-

ty of gears and could carrying on reliability design of gears according to the reliability, and is an important exploration on the study of problems of gear reliability. By means of the designing calculation of a living example, it has been indicated that its result is coinciding with the situation of practical operation, and it has been shown that this computation method is a kind of effectual method.

**Key words:** gear; reliability; design; computation

Fig 0 Tab 0 Ref 5

“Jixie Sheji” 6148

\* 收稿日期:2006-01-25;修订日期:2006-05-31

基金项目:“985 教育振兴行动计划”资助项目(201086)

作者简介:李成祥(1981-),男,山东菏泽人,硕士研究生,研究方向:机械设计及理论。