基于可靠性的系统备件储备量设置方法的研究

李宗平,杜　文,刘海燕

(西南交通大学 交通运输学院 物流研究所,四川 成都 610031)

现在多数存储模型一般不考虑退货和维修后重用,而且用户之间互不相关。这些问题都可以用存贮论的方法解决。但现实中还有这样一类存储系统,其中储备的产品是同时供若干个子系统使用,且子系统的可靠性与储备量有直接关系。当一个系统由若干个子系统组成时,这时各个子系统的零件(可以修复后重用)的储备量如何设置就有经济性的问题,这里可以从两个方面去考虑,一是在一定费用的情况下,找出使系统持续运行时间为最长的各子系统的备件的设置方案;二是在系统连续运转时间一定的情况下,找出总费用最经济的各子系统的备件设置方案。这样的优化模型对整个系统持续运行要求高的系统尤为重要,因为这些系统维修时的特殊性,零部件一般是即时整件换取,事后维修,下次重用。所以,研究这类系统零件储备量设置方法有很大的使用价值。

1 建立模型

设某系统是由 $1,2,\cdots,n$ 个子系统组成的,各子系统的备件对应的编号分别是 1#,2#,…,n#,单价分别为 $c_1,c_2,\cdots,c_n$,需要配置的备件数量分别为 $x_1,x_2,\cdots,x_n$,各子系统连续运转时间分别为 $t_1,t_2,\cdots,t_n$,总费用 c,i#备件的故障率为 k_i,修复速率为 k'_i,那么,关于备件总费用给定时使系统连续运行时间最长的各子系统备件的设置问题,可通过建立如下优化模型来解决。

由文献[1],系统连续运行时间 t 与各子系统的连续运行时间 t_i 有如下关系:

$$\frac{1}{t}=\frac{1}{t_1}+\frac{1}{t_2}+\cdots+\frac{1}{t_n}$$

$$\Rightarrow\frac{1}{t}=\frac{\sum_{i=1}^{n}\prod_{j\neq i}^{n}t_j}{\prod_{j=1}^{n}t_j}\Rightarrow t=\frac{\prod_{j=1}^{n}t_j}{\sum_{i=1}^{n}\prod_{j\neq i}^{n}t_j}\qquad\cdots\cdots(1)$$

购置备件总费用为:$c_1x_1+c_2x_2+\cdots+c_nx_n=c$ ……(2)

因 t_i 与子系统初始运行时备件的状态(故障或完好)有关,所以应分为以下三种情况进行讨论。一是系统运行开始时所有备件均无故障,表明子系统中各个备件处于良好状态,一般执行一次性任务的系统属于这种情况。二是系统运行初始,已有部分备件故障(更换后还没有修好或不可修),还有部分完好备件可以应急,一般长期运转以执行重复任务的系统都属于这种情况。三是一种极端情况,即系统启动时所有备件都有故障(更换后还没有修好或不可修),系统运行直到发生故障停止或转化为第二种情况(未出现故障前,已有部分故障部件被修好)。与前两种情况相比,后一种情况的备件储备量显然要小,而且会因备件被修好的速率不同而转化为第一、二两种情况,所以优化应以第三种情况为基础。由文献[2]得,子系统持续运转时间 t_i 与储备量 x_i 与 a_i 之间满足如下关系:

$$t_i=\frac{1}{k_i}\frac{a_i^{(x_i+1)}-1}{a_i-1},\text{其中 } i=1,2,\cdots,n;a_i=\frac{k'_i}{k_i}$$

代入(1)得:$t=[\prod_{j=1}^{n}\frac{a_j^{(x_j+1)}-1}{(a_j-1)k_j}]/[\sum_{i=1}^{n}\prod_{j\neq i}^{n}\frac{a_j^{(x_j+1)}-1}{(a_j-1)k_j}]$

从而得模型Ⅰ:

$$\max\ t=[\prod_{j=1}^{n}\frac{a_j^{(x_j+1)}-1}{(a_j-1)k_j}]/[\sum_{i=1}^{n}\prod_{j\neq i}^{n}\frac{a_j^{(x_j+1)}-1}{(a_j-1)k_j}]$$

$$\text{s.t.}\quad\sum_{i=1}^{n}c_ix_i=c$$

其中:c 为常数(给定资金总额),t 为系统连续运行时间

模型Ⅱ:$\min\quad c=\sum_{i=1}^{n}c_ix_i$

$$\text{s.t.}[\prod_{j=1}^{n}\frac{a_j^{(x_j+1)}-1}{(a_j-1)k_j}]/[\sum_{i=1}^{n}\prod_{j\neq i}^{n}\frac{a_j^{(x_j+1)}-1}{(a_j-1)k_j}]=T$$

其中:c 为所需资金总额;T 为常数即系统连续运行时间,是一给定值。

2 求解方法

模型Ⅰ是一个约束为线性的非线性规划模型,可以用遗传算法直接求解:另外该模型还可以转化为一个无约束的优化问题。由 $\sum_{i=1}^{n}c_ix_i=c$ 可得 $x_k=\frac{c}{c_k}-\frac{1}{c_k}\sum_{i\neq k}^{n}c_ix_i$ 代入目标函数 t 中,即可将模型转化成一无约束优化问题。一般的无约束优化问题可用牛顿法、拟牛顿法、信赖域法、共轭梯度法求解,但都要涉及到求目标函数的一、二阶导数。由于本模型目标函数非常复杂,因此可用 Nelder - Mead 方法求解,该算法的优点是不计算梯度,只需计算目标函数值,算法步骤请参考文献[4]。

模型Ⅱ是一个约束为非线性约束的非线性规划模型,由于非线性的特点,解这类问题一般比较困难,常用方法是二次逼近法,或称 Wilson - Han - Powell(WHP)法,但该算法有一个明显的不足就是,当非线性约束解析式复杂时,关于梯度的计算非常麻烦。当然这类问题也可用遗传算法求解。本文结合系统可靠性的要求给出一近似解法。算法思想是,先令各子系统的不缺备件连续运行时间基本相等,也就是说系统不致于由于某一子系统出现缺备件事件过于频繁而导致系统可靠性显著下降,即可确定出子系统备件储量的近似值,而后再加以调整。步骤如下:

(1)令 $t_i=T$,并由 $t_i=\frac{1}{k_i}\frac{a_i^{(x_i+1)}-1}{a_i-1}\Rightarrow x_i=$

[收稿日期]2001—02—22

$\frac{\log[k_i t_i(a_i-1)+1]}{\log a_i}-1$,求出 x_i 的近似值 $x_i^{(0)}$ 和目标函数值 C_0

(2)确定 $x_i^{(k)}$ 的范围,其中:

$$\begin{cases} x^{(k-1)}-k \le x_i^{(k)} \le x_i^{(k-1)}+k & \text{当 } x^{(k-1)}-k>0 \text{ 时;} \\ 0 \le x_i^{(k)} \le x_i^{(k-1)}+k & \text{当 } x^{(k-1)}-k=0 \text{ 时;} \end{cases}$$

(3)求解　$\min \quad C_k=\sum_{i=1}^{n} c_i x_i^{(k)}$

$s.t.\ x^{(k-1)}-k \le x_i^{(k)} \le x_i^{(k-1)}+k$　得出 $x_i^{(k)}$、C_k

(4)由 $T^{(k)}=\left[\prod_{j=1}^{n}\frac{a_j^{(x_j^{(k)}+1)}-1}{(a_j-1)k_j}\right]/\left[\sum_{i=1}^{n}\prod_{j\neq i}^{n}\frac{a_j^{(x_j^{(k)}+1)}-1}{(a_j-1)k_j}\right]$,求出 $T^{(k)}$

(5)若 $T^{(k)} \ge T^{(k-1)}$,$C_k \leqslant C_{k-1}$ 且 $T^{(k+1)} \leqslant T^{(k-1)}$,$C_k \leqslant C_{k+1}$ 时停止,得出一组近似最优解;否则转(2)继续求解。

3　算例及结论

设一系统由三个子系统组成,主要数据如下表所示:

参数 / 系统	平均故障时间(小时)	平均修复时间(小时)	单件费用(元)
子系统 1	110	25	100
子系统 2	75	20	80
子系统 3	85	10	50

若以总投资 2 000 元来购置子系统的备件,使系统持续运行时间最长的条件下,应设置多少备件?若要求系统缺备件的平均间隔时间大于 2 000 小时,在投资最小的条件下,三个子系统各需配备几个备件?分别用模型Ⅰ和模型Ⅱ求得结果如下:第一种情况,三个子系统分别依次设置 6,7,4 个备件;第二种情况,三个子系统分别依次设置 2,4,3 个备件。

通过计算可以看出各子系统的备件设置数量既不应当相等,也不应当按投资相等或按其本身故障速率成正比等简单方法来确定,而应当结合系统的检修速率和优化目标综合确定。值得进一步研究的是,若把两个模型通过转化,结合起来用多目标规划求解,或者把检修率,故障率设置成随着使用时间变化的函数(实际生产中系统的零件随着使用时间的延续,故障率和维修时间一般变大),那么模型将会更符合实际情况,作者将在以后的文章中给出。

[参考文献]

[1]　黄玉珩．系统可靠性实用计算方法[M]．北京:科学出版社,1986:52～55.

[2]　B L Amstadler．Reliability Mathematics [M]．北京:科学出版社,1978:34～41.

[3]　邢文训,谢金星．现代优化计算方法[M]．北京:清华大学出版社,1999.

[4]　倪　勤．SAS 最优化软件速成[M]．北京:科学出版社,1998:125～126.

[5]　Powell ,M J D．A fast algorithm for nonlinearly constrained optimization calculation[J]. Lecture Notes in Mathematics ,1978,630:144～157.

(上接第 17 页)续上表

方案	x_9	s_1	s_2	s_3	s_4	t_1	y
	求		解	结		果	
1	0	0	226.579 5	68.409 5	1.307 1	0	.871 4
2	0	0	224.026 4	71.243 5	0	0	.991 3
3	0	0	53.030 3	50.461 2	0	0	.765 9
4	0	14.675 0	66.037 7	47.914 0	0	0	.953 8
5	0	113.207 5	67.924 5	40.457 8	0	0	.981 1
6	0	0	0	0	2.84E-14	0	1
7	0	0	7.27E-14	1.48E-14	0	0	1
8	0	0	2.27E-13	0	2.84E-14	0	1
9	1	0	0	0	0	0	1

从计算结果看,后 4 个方案的效率指数达到 1,松弛变量和剩余变量均为零或近似于零(7.27E—14 是个几乎接近于零的小数),为 DEA 有效,说明这些方案的资源配置在技术上得到较好组织,资源利用是比较理想的,是优先考虑的投资方案;第 1、3、4 号方案的 y 值较小,而松弛变量 s_2,s_3 值比较大,说明这三个方案的资源利用效率相对较低,具体表现在房屋和劳动力利用上不如其它方案;第 2、5 号方案的效率指数接近 1,也是可以考虑的。

3　投资方案决策

DEA 分析初步筛选出资源利用相对较好的投资方案,这是在某个时间横断面上的比较,所谓有效是在这个时段条件下的有效;并且各方案的吞吐量是理论上的最大数值。在某个特定时间内,企业实际的吞吐量只有一个数值,如果用实际吞吐量作模型的产出量,计算的结果显然与上述结果不一样。而随着时间推移,企业业务量会发生变化,原来有效的方案有可能变为不可行。所以上述结果是每个方案都达到理想的产出量的前提下,比较出的相对有效性,它提供了一个决策的基本框架,还要根据具体情况作进一步分析,并作最终的决策。

仓库投资是一种战略行为,对吞吐量要作长远打算。由于企业面临的环境条件不同,有许多种选择。现在假定在企业目前的吞吐量接近 2 000 万箱,预测吞吐量在 3 年内至少达到 3 000万箱为基础,针对各种不同情况作决策。

(1)土地资源不足。此时采取借天不借地的原则。在有限的土地上建库,影响库位数量的因素主要取决于仓库高度,也与搬运设备和管理水平有关。设备先进可以节省通道面积,增加库位;管理效率高可以提高周转率,增加吞吐量,相当于增加库位。

这种情况下,第 1 方案可以满足眼前需求,但不能满足发展要求,该方案不能取,而第 5 方案是最理想的;如果预测未来吞吐量会达到 5 000 万箱以上,后 4 个方案都可取。

(2)土地与资金限制。预测若干年内吞吐量能达到 3 000 万箱,由于土地问题,只能建较高的仓库,但又没有资金配置较先进的设备,此时可取折衷办法,取第 5 方案的仓库土建规划,第 1 方案的设备规划,以后按第 5 方案更新设备。

(3)资金限制。如果土地资源宽余,资金短缺,可以选第 2 方案,在近期内会有较好的效益,几年后根据新的情况再作打算,如再建一个第 2 方案的仓库。

如果能够得到每年的收入与经营费用,则可以结合现金流量图计算投资回报率,使决策建立在更可靠的基础上。(具体方法可参考技术经济学等有关资料)

[参考文献]

[1]　田宇．物流效率评价方法研究[J]．物流科技,2000,(2).

[2]　魏权龄．评价相对有效性的 DEA 方法[M]．中国人民大学出版社,1988.