

第五章 故障树分析

内 容 提 要



§ 5-3 故障树的定性分析

- 一、故障树定性分析的步骤
- 二、故障树定性分析的示例

§ 5-4 故障树的定量分析

- 一、由各单元失效概率求系统的失效概率
(即求系统的故障函数)
- 二、求单元的重要度
- 三、故障树定量分析示例

习题五 答 案

第五章 故障树分析

§ 5-3 故障树的定性分析

使用故障树是为了对被研究复杂系统产生的故障进行定量分析。

但有时由于：

- (1) 底事件失效概率不全；
- (2) 不具备分析软件等原因不能进行定量分析。

因此，也应会用其故障树对系统失效的情况进行定性分析。

一、故障树定性分析的步骤

1. 枚举出**所有的割集**

2. 从上述割集中找出**全部最小割集**

书上介绍上行法和下行法，大家自学我们不讲了， \because 有些繁，我们可**从故障树中直接找出**，如同从可靠性框图中找路集一样。

使用最小割集的定义**在全部割集中逐步剔除非最小割集的割集**。

3. 利用最小割集进行定性比较

(1) 比较相同失效概率元件组成系统的**失效概率大小**。

① 所含最小割集(MCS)的最小**阶数**（每个最小割集中所含的底事件数目）**越小**，系统的**失效概率越高**。

② 所含最小割集的最小阶数相同，该阶数的最小割集的**个数越多**，系统的**失效概率越高**。

(2) 比较底事件的**重要性**（容易引起系统失效的程度，底事件失效越容易引起系统失效，该底事件越重要，即重要性越大）。

各底事件出现在其中的最小割集的阶数越小，在全部最小割集中出现的次数越多，该底事件重要性越大。

二、故障树定性分析的示例。

例5-8用例5-2的故障树定性分析。找出其输电网络中的薄弱环节，提出改进措施。

解：

据题意可知，该题需比较底事件的重要性，并找出重要性最大的环节。

(1) 分析图5-3的故障树：图5-4

枚举图
5-4的所有割集:

(1,2,4,5);
(1,2,3);
(3,1,2);
(3,4,5);
(2,3);(1,3)
(1,2)七个。

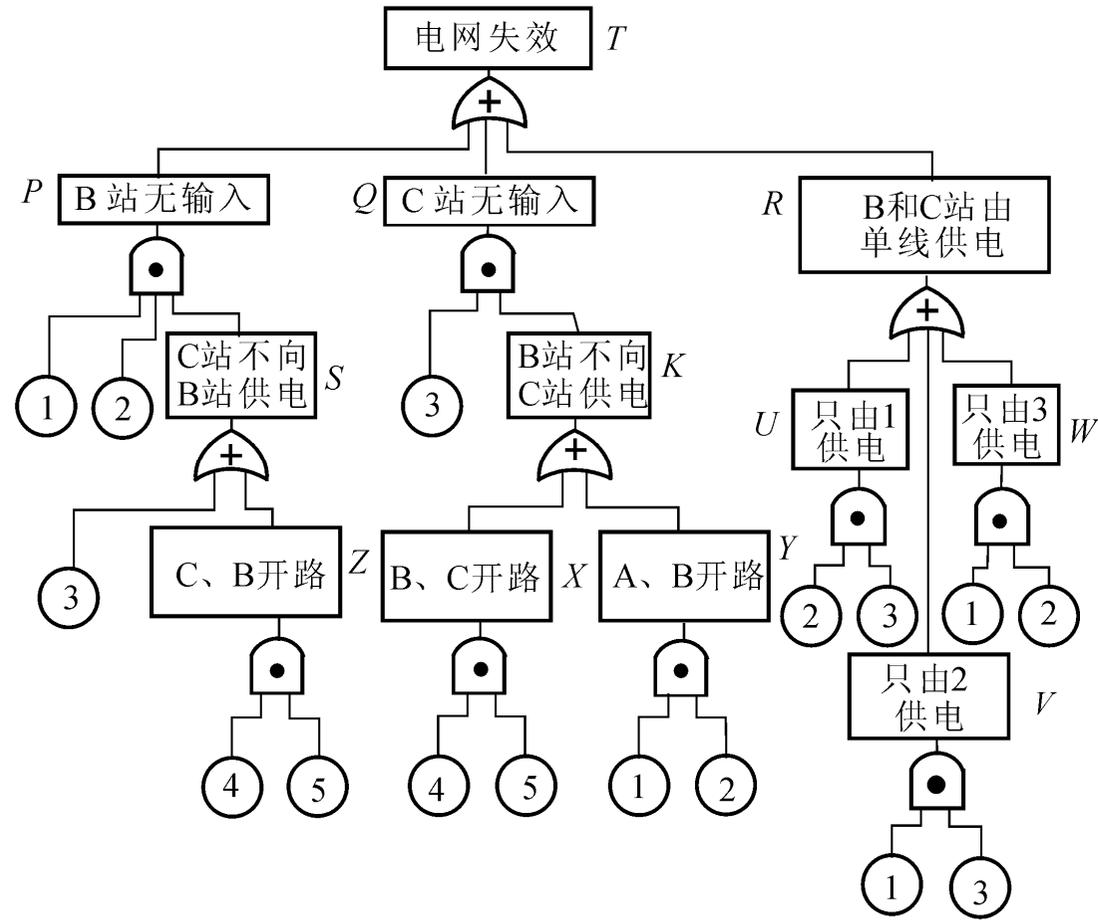


图5-4：图5-3的故障树

(2) 找出全部最小割集

这里只用前面介绍的一种方法即可。

① **方法1**: 布尔代数运算吸收归并。

电网失效事件 T 为:

$$\begin{aligned}
 T &= 1245 \oplus 123 \oplus 312 \oplus 345 \oplus 23 \oplus 13 \oplus 12 \\
 &= 1245 + (1245)'123 + (1245)'(123)'345 + (1245)'(123)'(345)'23 \\
 &\quad + (1245)'(123)'(345)'(23)'13 + (1245)'(123)'(345)'(23)'(13)'12 \\
 &= 345 + 23 + 13 + 12
 \end{aligned}$$

故最小割集为 **(3,4,5); (2,3); (1,3); (1,2)**。

② 方法2：用最小割集定义剔除

(1,2,4,5) 中4,5不失效, (1,2) 仍为割集导致系统失效, 故 (1,2,4,5) 非最小割集剔除之。依次同样比较剔除所有七个割集中非最小割集。

余下的 (3,4,5); (2,3); (1,3); (1,2) 为最小割集。

(3) 定性比较

从最小割集(3,4,5); (2,3); (1,3); (1,2) 中可得统计表如表5-6:

<http://www.kekaoxing.com>

表5-6 输电线重要顺序

输电线代号	在2阶MCS出现次数	在3阶MCS出现次数	重要性顺序
1	2		2
2	2		2
3	2	1	1
4		1	3
5		1	3

由上表可见，**线路3最重要**，是应加强为**薄弱环节**。

(4) 改进措施

为了加强该输电系统可靠性，应将其改为图5-15所示线路。

图5-15虽然可靠性高，但是增加一条输电线将带来**很大的经济耗费**。

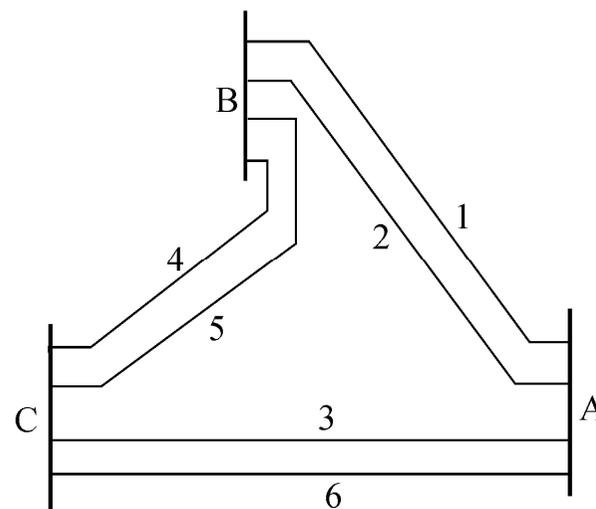


图5-15 电网系统

能否不增加经济耗费，即在**保持5条输电线**的基础上提高电网的可靠性？

可以，由于上面分析，**4,5线都只出现一次，重要性最小**，因此对上输电网络去掉输电线5，见例5-3输电网络（图5-5），例5-3输电网络的可靠性是否大于例5-8？见下面的分析。

比较图5-5和例5-8(图5-3)输电网络，**指出其可靠性高低。并比较底事件的重要度。**

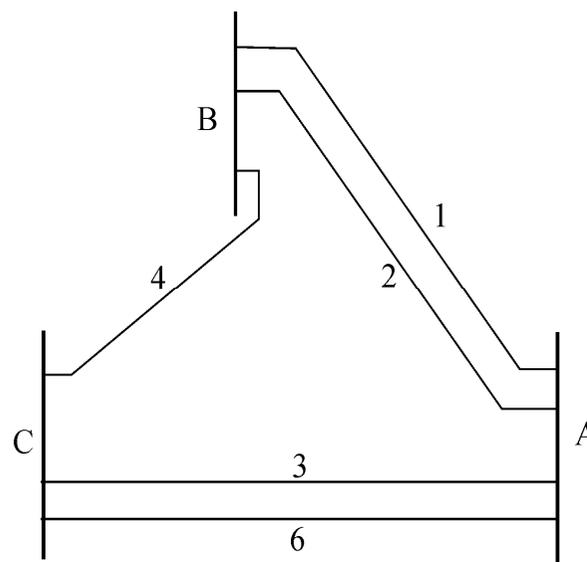


图5-5

解：(1) 例5-8已求得最小割集为 (3,4,5); (2,3); (1,3); (1,2)。

(2) 求图5-5网络故障树(图5-6)的最小割集：

① 据故障树枚举全部割集为：

(1,2,4);
 (1,2,3,6)(3,6,4);
 (3,6,1,2)(2,3,6);
 (1,3,6); (1,2,6);
 (1,2,3)八个。

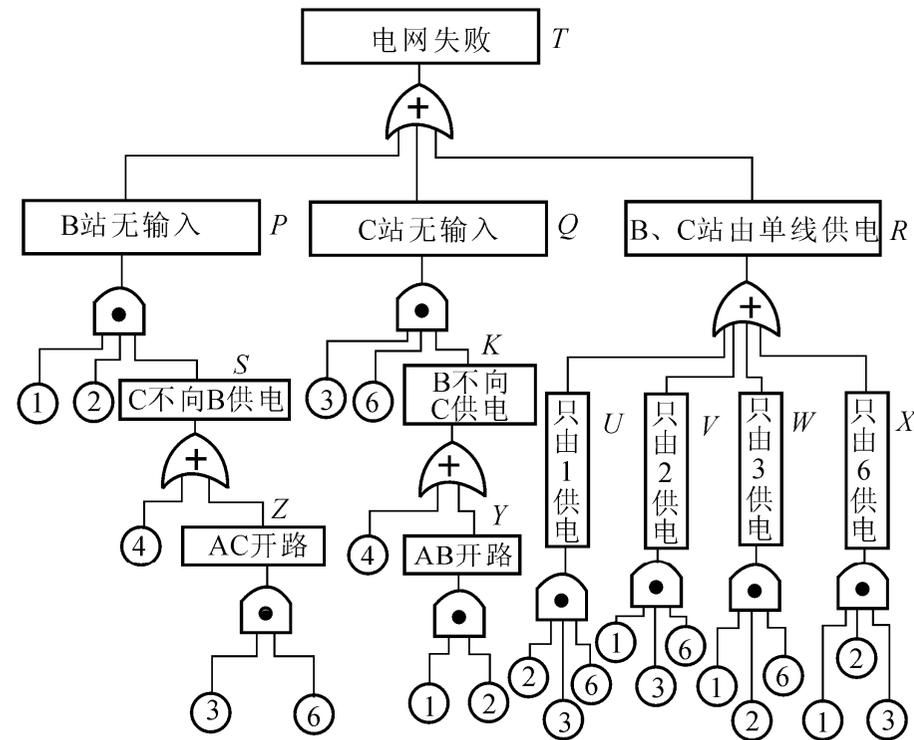


图5-6 图5-5的故障树

② 最小割集为:

(1,2,4); (3,6,4); (2,3,6); (1,3,6); (1,2,6);
(1,2,3)六个。

∴ 例5-8(图5-3) 网络最小割集的最小阶数为2, 图5-5网络最小割集的最小阶数为3, 所以例5-8网络可靠(见表5-7)。

表5-7 图5-5和图5-3 电网系统不可靠性统计

电网系统 名称	MCS 的数目/个		不可靠性顺序
	2阶	3阶	
图5-3 电网系统 (原方案)	3	1	1
图5-5 电网系统 (初改方案)	4	6	2

在设计输电网络时应按图5-5（即方案2）网络设计。此时哪条线路重要性最大？

见表5-8所示。

表5-8 图5-5 所示电网系统中各输电线的重要性顺序

输电线故障事件代号	在3阶MCS出现的次数	重要性顺序
1	4	1
2	4	
3	4	
6	4	
4	2	2

可见1,2,3,6重要度并列最大，4最差。

§ 5-4 故障树的定量分析

故障树的定量分析主要有两方面内容：

- ① 由输入系统各单元（底事件）的失效概率，求出系统的失效概率；
- ② 求出各单元（底事件）的结构重要度、概率重要度和关键重要度。

最后根据关键重要度的大小排序，找出最佳故障诊断和修理顺序，同时也可做为首先改善相对不可靠的单元，依据其进行改进。

一、由各单元失效概率求系统的失效概率
(即求系统的故障函数)

设某一系统的全部最小割集(共 n 个)分别为 $1, 2, \dots, n$ 。则该系统失效 T 的概率 Q 为:

$$Q = P(T) = P(1 \cup 2 \cup \dots \cup n)$$

$$= P[1 + 1'2 + 1'2'3 + \dots + 1'2' \dots (n-1)'n]$$

(5-9)

例5-9 某系统由1, 2, 3, 4, 5单元组成。其MCS为: (1, 2), (1, 3), (2, 3), (4, 5)。各单元的失效事为:

$$q_1 = q_2 = q_3 = 1 \times 10^{-3}, q_4 = q_5 = 1 \times 10^{-4}。$$

求系统的失效概率。

解：

由式(5-9)和式(2-4)得系统的失效概率P(T)：

$$P(T) = P (12 \cup 13 \cup 23 \cup 45)$$

$$= P[12 + (12')13 + (12)'(13)'23 + (12)'(13)'(23)'45]$$

·

·

$$= q_1 q_2 + q_1 (1 - q_2) q_3 + (1 - q_1) q_2 q_3 + (1 - q_1) (1 - q_2) q_4 q_5 \\ + q_1 (1 - q_2) (1 - q_3) q_4 q_5 + (1 - q_1) q_2 (1 - q_3) q_4 q_5$$

$$P(T) = q_1q_2 + q_1(1 - q_2)q_3 + (1 - q_1)q_2q_3 + \\ (1 - q_1)(1 - q_2)q_4q_5 + q_1(1 - q_2)(1 - q_3)q_4q_5 \\ + (1 - q_1)q_2(1 - q_3)q_4q_5$$

將

$$q_1 = q_2 = q_3 = 1 \times 10^{-3}, q_4 = q_5 = 1 \times 10^{-4}。$$

代入上式得：

$$P(T) = 3.008 \times 10^{-6}$$

二、求单元的重要度

1. 单元的结构重要度 $I_{st}(j)$

结构重要度：说明单元在故障树结构中的重要程度的量值称为单元的结构重要度。

结构重要度与该单元的概率无关。其数学公式为式 (5-10)。

$$I_{st}(j) = \frac{1}{2^{n-1}} n_j \quad (5-10)$$

式中 n —系统全部单元（底事件）的个数；

n_j — 将 j 单元分别加也 2^{n-1} 个组合中，使之从非割集变成割集的组合总数，其中 2^{n-1} 个组合由真值表求得。

如一个系统由4个单元(1,2,3,4)组成，求 n_2 时所用 $2^{n-1} = 2^{4-1} = 8$ 个组合。见表5—9。

表5-9

4个单元系统求 n_2 的组合

序号	单元代号			组合
	1	3	4	
1	0	0	0	× × ×
2	1	0	0	1
3	0	1	0	3
4	1	1	0	1 3
5	0	0	1	4
6	1	0	1	1 4
7	0	1	1	3 4
8	1	1	1	1 3 4
9	$2^0 = 1$	$2^1 = 2$	$2^2 = 4$	0, 1 变换重复数

2. 单元的概率重要度 I_{pr}

反映单元概率的变化对系统概率变化影响程度的量值称为单元的概率重要度。

当系统中每个单元发生与否的概率相等时，单元的概率重要度等于结构重要度。数学表达式分别见式5-11，式5-12：

$$I_{pr}(j) = \frac{\partial Q}{\partial q_j} \quad (5-11)$$

式中： Q —系统失效概率；
 q_j —第 j 个单元的失效概率。

因为用上述求单元结构重要度公式(5-10)求其结构重要性非常繁琐。

考虑结构重要度时，是将每个单元失效发生与否均是看成等可能性的(50%)。

即 $q_i = \frac{1}{2} (i = 1, 2, \dots, n)$ ，因此可用下列公式计算结构重要度。

$$I_{st}(j) = I_{pr}(j) \Big|_{q_i = \frac{1}{2}, v_i} \quad (5-12)$$

式中 $q_i = \frac{1}{2}$ ，表示系统所有单元的失效概率均为 $\frac{1}{2}$ 。

3. 单元的关键重要度 $I_{cr}(j)$

系统故障概率变化率和引起其的单元故障概率变化率的比值称为该单元的关键重要度。

这是重要度的最重要指标，因为它不仅可反映出该单元概率重要度的影响，还可反映出该单元故障概率改进的难易程度。

其数学公式为：

$$I_{cr}(j) = \lim_{\Delta q_j \rightarrow 0} \frac{\frac{\Delta Q}{Q}}{\frac{\Delta q_j}{q_j}} = \lim_{\Delta q_j \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta q_j} \cdot \frac{q_j}{Q} = \frac{q_j}{Q} I_{pr}(j)$$

(5-13)

三、故障树定量分析示例

例5-10 某一系统故障树图5-16。

各单元失效概率为： $q_1=0.00001$ ， $q_2=0.0002$ ， $q_3=0.001$ ， $q_4=0.01$ ， $q_5=0.05$ ，求各单元的重要度。

解：(1) 由故障树图求出系统的最小割集为：

(1,2); (1,3);
(2,3); (4,5)。

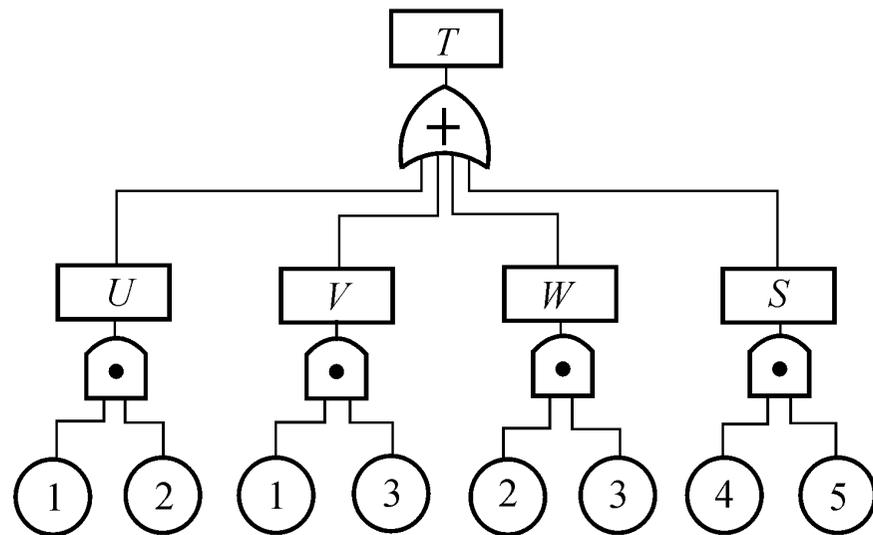


图5-16 系统故障树

(2) 分别求单元1,2,3,4,5的结构重要度。对单元1, $2^{n-1}=2^{5-1}=2^4=16$ 个组合, 见表5-10。

表5-10 对图5-16 所示故障树求 r_{21} 的组合

序号	1 以外单元代号				组合	原为割集的组合	加1后变成割集的组合
	2	3	4	5			
1	0	0	0	0	××××		
2	1	0	0	0	2		√
3	0	1	0	0	3		√
4	1	1	0	0	23	√	
5	0	0	1	0	4		
6	1	0	1	0	24		√
7	0	1	1	0	34		√
8	1	1	1	0	234	√	

 2^0 2^1 2^2 2^3

续表5-10

9 ⁺	0 ⁺	0 ⁺	0 ⁺	1 ⁺	5 ⁺	+	+	+
10 ⁺	1 ⁺	0 ⁺	0 ⁺	1 ⁺	25 ⁺	+	√ ⁺	+
11 ⁺	0 ⁺	1 ⁺	0 ⁺	1 ⁺	35 ⁺	+	√ ⁺	+
12 ⁺	1 ⁺	1 ⁺	0 ⁺	1 ⁺	235 ⁺	√ ⁺	+	+
13 ⁺	0 ⁺	0 ⁺	1 ⁺	1 ⁺	45 ⁺	√ ⁺	+	+
14 ⁺	1 ⁺	0 ⁺	1 ⁺	1 ⁺	245 ⁺	√ ⁺	+	+
15 ⁺	0 ⁺	1 ⁺	1 ⁺	1 ⁺	345 ⁺	√ ⁺	+	+
16 ⁺	1 ⁺	1 ⁺	1 ⁺	1 ⁺	2345 ⁺	√ ⁺	+	+
0, 1 变换 ⁺ 重复数 ⁺	2 ⁰⁺	2 ¹⁺	2 ²⁺	2 ³⁺	n ₁ ⁺		6 ⁺	+

由表5-10可知 $n_1 = 6$ ，由式 (5-10) 得：

$$\therefore I_{st}(1) = \frac{n_1}{2^{5-1}} = \frac{6}{16} = 0.375$$

同样可分另求出：

$$I_{\text{st}}(2) = I_{\text{st}}(3) = 0.375$$

$$I_{\text{st}}(4) = I_{\text{st}}(5) = 0.25$$

(3) 分别求单元1,2,3,4,5的概率重要度

① 求系统失效概率：

$$Q = P(12 \cup 13 \cup 23 \cup 45)$$

$$= P\left[12 + (12)'13 + (12)'(13)'23 + (12)'(13)'(23)'45\right]$$

$$\begin{aligned}
&= P[12+2'13+1'1'23+(1'+12')(1'+13')(2'+23')45] \\
&= P[12+2'13+1'23+(1'+12'3')(2'+23')45] \\
&= P[12+2'13+1'23+(1'2'+12'3'+1'23')45] \\
&= P[12+2'13+1'23+1'2'45+1'23'45+12'3'45] \\
&= q_1q_2 + q_1(1-q_2)q_3 + (1-q_1)q_2q_3 + (1-q_1)(1-q_2)q_4q_5 \\
&\quad + (1-q_1)q_2(1-q_3)q_4q_5 + q_1(1-q_2)(1-q_3)q_4q_5
\end{aligned}$$

② 求各单元的概率重要度

$$\begin{aligned}
I_{\text{pr}}(1) &= \frac{\partial Q}{\partial q_1} = q_2 + (1-q_2)q_3 - q_2q_3 - (1-q_2)q_4q_5 \\
&\quad - q_2(1-q_3)q_4q_5 + (1-q_2)(1-q_3)q_4q_5
\end{aligned}$$

$$I_{\text{pr}}(2) = \frac{\partial Q}{\partial q_2} = q_1 - q_1 q_3 + (1 - q_1) q_3 - (1 - q_1) q_4 q_5 - \\ q_1 (1 - q_3) q_4 q_5 + (1 - q_1) (1 - q_3) q_4 q_5$$

$$I_{\text{pr}}(3) = \frac{\partial Q}{\partial q_3} = q_1 (1 - q_2) + (1 - q_1) q_2 - \\ q_1 (1 - q_2) q_4 q_5 - (1 - q_1) q_2 q_4 q_5$$

$$I_{\text{pr}}(4) = \frac{\partial Q}{\partial q_4} = (1 - q_1) (1 - q_2) q_5 + \\ q_1 (1 - q_2) (1 - q_3) q_5 + (1 - q_1) q_2 (1 - q_3) q_5$$

$$I_{\text{pr}}(5) = \frac{\partial Q}{\partial q_5} = (1 - q_1)(1 - q_2)q_4 + (1 - q_1)q_2(1 - q_3)q_4 + q_1(1 - q_2)q_2(1 - q_3)q_4$$



将 q_1, q_2, \dots, q_5 的数值代入以上各式得各单元概率重要度为

$$\begin{aligned} I_{\text{pr}}(1) &= 2 \times 10^{-4} + (1 - 2 \times 10^{-4}) \times 10^{-3} - 2 \times 10^{-4} \times 10^{-3} \\ &\quad - (1 - 2 \times 10^{-4}) \times 10^{-2} \times 5 \times 10^{-2} - 2 \times 10^{-4} (1 - 1 \times 10^{-3}) \times \\ &\quad 10^{-2} \times 5 \times 10^{-2} + (1 - 2 \times 10^{-4}) (1 - 10^{-3}) \times 10^{-2} \times 5 \times 10^{-2} \\ &= 1.199 \times 10^{-3} \end{aligned}$$

同理可得： $I_{pr}(2) = 1.009475 \times 10^{-3}$

$$I_{pr}(3) = 2.09891 \times 10^{-4}$$

$$I_{pr}(4) = 4.999999 \times 10^{-2}$$

$$I_{pr}(5) = 9.999997 \times 10^{-3}$$

(4) 用式 (5-12) 求各单元的结构重要度

考虑用式 (5-10) 求结构重要度的方法比较繁琐，也可用式 (5-12) 分别求出各单元的结构重要度。

$$\begin{aligned}
I_{\text{st}}(1) &= I_{\text{st}}(1) \Big|_{q_i = \frac{1}{2}} \\
&= 0.5 + (1 - 0.5)0.5 - 0.5 \times 0.5 - (1 - 0.5) \times 0.5 \times 0.5 \\
&\quad - 0.5 \times (1 - 0.5) \times 0.5 \times 0.5 + (1 - 0.5)(1 - 0.5) \times 0.5 \times 0.5 \\
&= 0.5 + 0.5^2 - 0.5^2 - 0.5^3 - 0.5^4 + 0.5^4 \\
&= 0.375
\end{aligned}$$

同理可得： $I_{\text{st}}(2) = I_{\text{st}}(2) \Big|_{q_i = \frac{1}{2}} = 0.375$

$$I_{\text{st}}(3) = I_{\text{st}}(3) \Big|_{q_i = \frac{1}{2}} = 0.375 \quad I_{\text{st}}(4) = I_{\text{st}}(4) \Big|_{q_i = \frac{1}{2}} = 0.25$$

$$I_{\text{st}}(5) = I_{\text{st}}(5) \Big|_{q_i = \frac{1}{2}} = 0.25$$

和前面计算完全一致。

(5) 分别求单元1,2,3,4,5的关键重要度

$$\text{将 } q_1 = 1 \times 10^{-5}, \quad q_2 = 2 \times 10^{-4}, \quad q_3 = 1 \times 10^{-3}$$

$$q_4 = 1 \times 10^{-2}, \quad q_5 = 5 \times 10^{-2}$$

分别代入上面有关计算式，算得结果如下：

$$Q = 5.00212 \times 10^{-4}$$

由式（5—5）可求得各单元关键重要度

$$\begin{aligned} \text{为;} \\ I_{cr}(1) &= \frac{q_1}{Q} I_{pr}(1) = \frac{1 \times 10^{-5}}{5.00212 \times 10^{-4}} \times 1.199 \times 10^{-3} \\ &= 0.2396985 \times 10^{-4} \end{aligned}$$

同理可得：

$$I_{cr}(2) = \frac{q_2}{Q} I_{pr}(2) = 4.03619 \times 10^{-4}$$

$$I_{cr}(3) = \frac{q_3}{Q} I_{pr}(3) = 4.196042 \times 10^{-4}$$

$$I_{cr}(4) = \frac{q_4}{Q} I_{pr}(4) = 9995.762 \times 10^{-4}$$

$$I_{cr}(5) = \frac{q_5}{Q} I_{pr}(5) = 9995.762 \times 10^{-4}$$

(5) 结论:

各单元的重要度见表5-11。

表5-11 各单元中重要度

单元代号 N	结构重要度 $I_{st}(j)$	概率重要度 $I_{pr}(j)/10^{-3}$	关键重要度 $I_{cr}(j)/10^{-4}$
1	0.375	1.199	0.239 698 5
2	0.375	1.009 475	4.036 19
3	0.375	0.209 891	4.196 042
4	0.25	49.999 99	9 995.762
5	0.25	9.999 997	9 995.762

根据**关键重要度**，判断**维修故障的顺序**为单元 **4 或 5** \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1。这与定性分析的结果是不同的。

从上例可见，对于复杂的工程问题，进行故障树的定量分析是十分必要的。

总而言之，使用故障树定量分析，可以根据单元的失效概率求出系统的失效概率。

同时还可以通过对各单元重要度的定量计算顺序找出对系统失效影响最大的元件。

因此，故障树分析不仅可以指导故障诊断，制订维修方案确定维修次序，而且还可以综合其他因素，如保证最佳经济效益等，改进系统结构，致使在各组成单元失效概率不变的情况下，减少系统的失效概率，从而保证提高系统的可靠性。

使用FMEA和FTA对系统可能产生的故障进行分析：

- (1)可以在设计阶段预测故障及消除缺陷；
- (2)在工艺阶段预测难点及发现主要缺陷和问题；
- (3)在试验检验阶段指出存在的问题和重点，以提高效率；
- (4)查出软件错误和人员差错；
- (5)指出维修和设备操作上的问题；
- (6)进行故障分析和诊断；
- (7)指出加工时成本上的问题并加以改进等。

使用**FMEA**和**FTA**，两者各有所长，各有所短。在工程中使用它们，最好能做到相辅相成，相得益彰。

必要时还可参考使用一些其他方法：如共同原因故障分析（**CCFA**），事件树分析（**ETA**），事件序列分析（**ESA**）和原因—后果分析（**CCA**）等。

但本书介绍的**故障模式、后果和严重度分析（FMECA）**与**故障树分析（FTA）**是两种最基本最应掌握的方法。

	FTA	FMECA
分析方法	从上到下	从下到上
可靠性模型	各种系统	串联系统
(单元对系统影响)	(联合影响)	(独立影响)
故障严重程度	一样	不一样 (四级)
效果	可定性也可定量, 能进行故障诊断	只可定性能避免严重故障
理论基础	理论性强、严谨<理科课>	可行性强、通用<文科性>

所以两者不能互代, 只能相辅相成相得益彰。

习题五 答案

1. (1) 画故障树链图

设 B_1 、 B_2 组成的并系统为 W 。

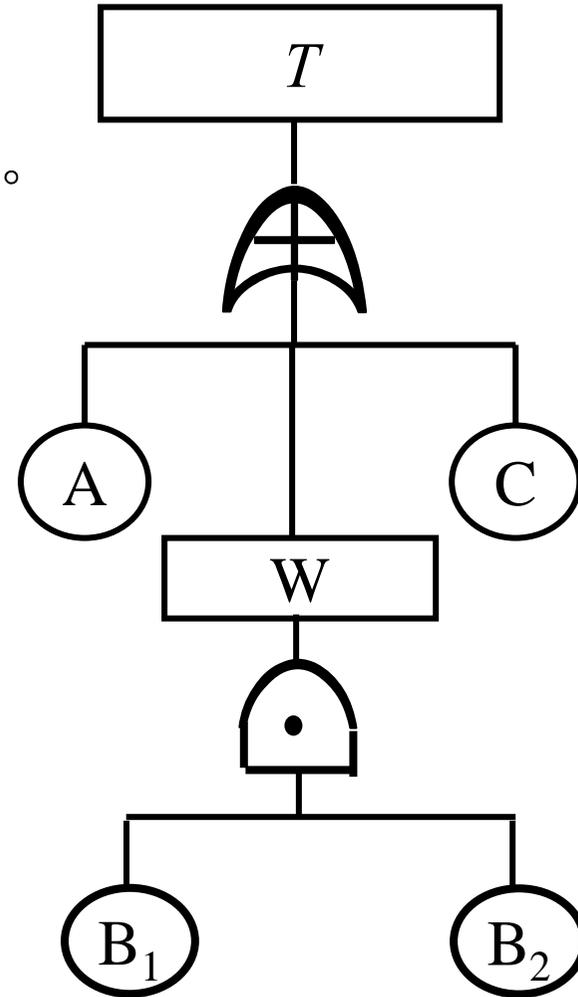
(2) 故障函数

设 $\Psi(X) = 1$, 系统失效,

$\Psi(X) = 0$, 系统可靠。

最小割集 $(A), (B_1 B_2),$
 (C) 。

$$\begin{aligned}\psi(X) &= \prod_{j=1}^3 k_j(X) \\ &= x_A \cup x_c \cup x_{B_1} x_{B_2}\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
\psi(X) &= \bigsqcup_{j=1}^3 k_j(X) \\
&= x_A \cup x_C \cup x_{B_1} x_{B_2} \\
&= x_A + x_C - x_A x_C + x_{B_1} x_{B_2} - x_A x_{B_1} x_{B_2} \\
&\quad - x_C x_{B_1} x_{B_2} + x_A x_C x_{B_1} x_{B_2}
\end{aligned}$$

2.

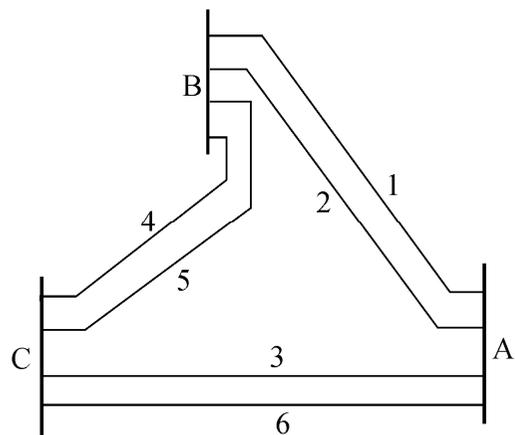


图5-15

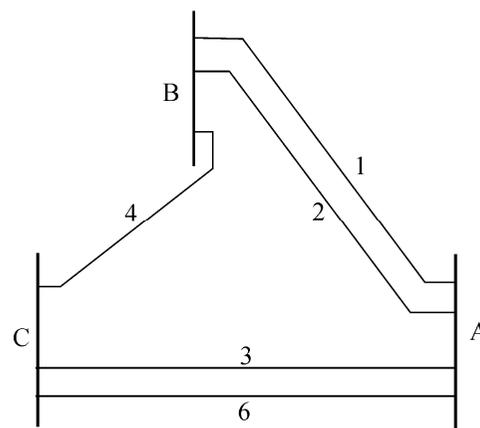


图5-5

解：（1）图5-15的故障树

参照图5-5的故障树绘制图5-15的故障树（略）。

(2) 割集：(1,2,3,6),(1,2,4,5),(3,6,1,2),(3,6,4,5),
(2,3,6), (1,3,6), (1,2,6), (1,2,3) 8个。

其中MCS：(1,2,3),(1,2,6),(1,3,6),(2,3,6),
(1,2,4,5),(3,6,4,5) 6个。

(3) 比较输电线的
重要性(见右
表)。

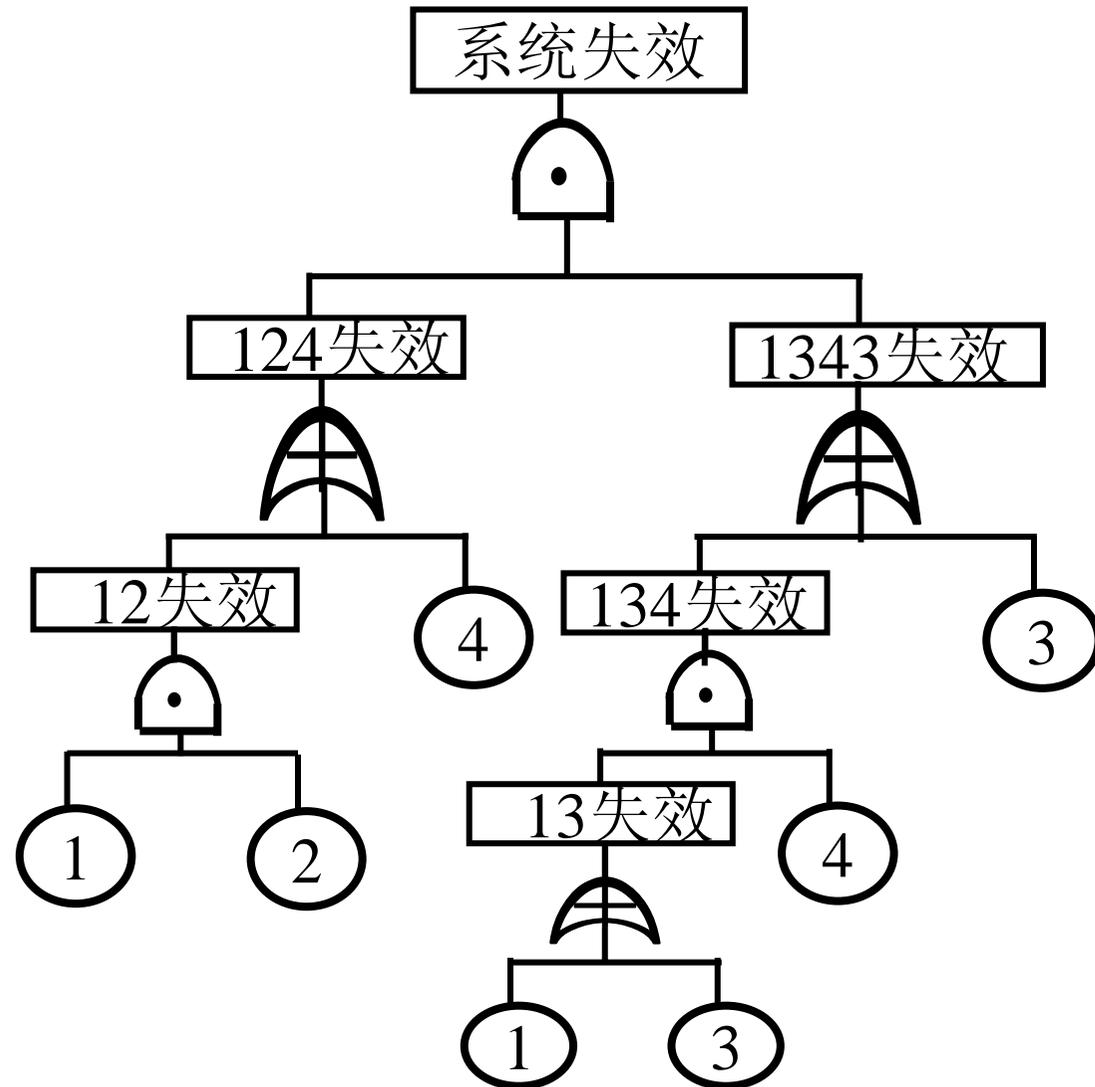
输电线 代号	在3阶MCS 中出现次数	在4阶MCS 中出现次数	重要性 顺序
1	3	1	1
2	3	1	1
3	3	1	1
4		2	2
5		2	2
6	3	1	1

(4) 与图5-5 比较可靠性大小

图5-5有6个三阶MCS,而本题图5-15有4个三阶MCS和2个四阶, 故本题可靠。

3.解:

(1) 画故障树



(2) 故障函数的MCS表达式

故障树的割集: $(1,2,3), (4,3), (1,2,1,4), (1,2,3,4),$
 $(4,4,1), (4,4,3)$

MCS: $(1,4), (3,4), (1,2,3)$

$$\begin{aligned} P(T) &= P(14 \cup 34 \cup 123) \\ &= q_1 q_4 + (1 - q_1) q_3 q_4 + (1 - q_4) q_1 q_2 q_3 \end{aligned}$$

(3) 求各底事的结构重要度

$$\begin{aligned} I_{st}(1) &= \left. \frac{\partial Q}{\partial q_1} \right|_{q_i = \frac{1}{2}, v_i} \\ &= \left[q_4 - q_3 q_4 + (1 - q_4) q_2 q_3 \right] \Big|_{q_2, q_3, q_4 = \frac{1}{2}} \\ &= 0.375 \end{aligned}$$

$$I_{\text{st}}(2) = \left. \frac{\partial Q}{\partial q_2} \right|_{q_i = \frac{1}{2}, v_i} = 0.125$$

$$I_{\text{st}}(3) = \left. \frac{\partial Q}{\partial q_3} \right|_{q_i = \frac{1}{2}, v_i} = 0.375$$

$$I_{\text{st}}(4) = \left. \frac{\partial Q}{\partial q_4} \right|_{q_i = \frac{1}{2}, v_i} = 0.625$$

列表求结构重要度，如对单元1，即求： $I_{st}(1) = ?$

序号	1	3	4	组合	原割集	加1变割集
1	0	0	0	×××		
2	0	0	1	4		√
3	0	1	0	3		
4	0	1	1	34	√	
5	1	0	0	2		
6	1	0	1	24		√
7	1	1	0	23		√
8	1	1	1	234	√	

$$I_{st}(1) = \frac{1}{2^{n-1}} n_1 = \frac{3}{8} = 0.375$$

对单元2, 即求: $I_{st}(2) = ?$

序号	1	3	4	组合	原割集	加1变割集
1	0	0	0	×××		
2	0	0	1	4		
3	0	1	0	3		
4	0	1	1	34	√	
5	1	0	0	1		
6	1	0	1	14	√	
7	1	1	0	13		√
8	1	1	1	134	√	

$$I_{st}(2) = \frac{1}{2^{n-1}} n_2 = \frac{1}{8} = 0.125$$

对单元3, 即求: $I_{st}(3) = ?$

序号	1	2	4	组合	原割集	加1变割集
1	0	0	0	×××		
2	0	0	1	4		√
3	0	1	0	2		
4	0	1	1	24		√
5	1	0	0	1		
6	1	0	1	14	√	
7	1	1	0	12		√
8	1	1	1	124	√	

$$I_{st}(3) = \frac{1}{2^{n-1}} n_3 = \frac{3}{8} = 0.375$$

对单元4, 即求: $I_{st}(4) = ?$

序号	1	2	3	组合	原割集	加1变割集
1	0	0	0	×××		
2	0	0	1	3		√
3	0	1	0	2		
4	0	1	1	23		√
5	1	0	0	1		√
6	1	0	1	13		√
7	1	1	0	12		√
8	1	1	1	123	√	

$$I_{st}(4) = \frac{1}{2^{n-1}} n_4 = \frac{5}{8} = 0.625$$



中国可靠性网

<http://www.kekaoxing.com>

感谢 [kingdoodoo](#) 分享